

NUMERI FACILI

di Ennio Monachesi

SITO www.monachesi.it

CONTANDO S'IMPARA

Diversamente da quanto pensava Piaget, i bambini cominciano molto presto a contare e a costruire il concetto di numero sulla base dei **5 principi seguenti** che secondo **Gelman e Gallistel** sarebbero **innati**.

- 1-Corrispondenza uno a uno: a ciascun oggetto deve corrispondere uno ed un solo numero.**
- 2-Ordine stabile: la sequenza dei numeri è sempre la stessa, si ripete sempre nello stesso ordine costante.**
- 3-Cardinalità: l'ultimo numero di un conteggio indica la quantità totale (cardinale) degli elementi contati.**
- 4-Astrazione: si può contare di tutto, astraendo dalle qualità e cogliendo la sola quantità.**
- 5-Irrelevanza dell'ordine: si può iniziare a contare da un oggetto qualsiasi e continuare con qualsiasi ordine.**

La **conta verbale**, secondo la **Fuson** viene acquisita gradualmente dai bambini in modo inizialmente mnemonico, come una "**filastrocca dei numeri**", prima del concetto di numero. Essa è tuttavia **molto utile** per la formazione del concetto stesso, come tutte le **esperienze di conteggio verbale-orale** compiute anche prima e fuori della scuola. Il concetto di numero perciò, comincia a formarsi gradualmente **molto presto**, in un intrecciarsi dinamico di apprendimenti mnemonici e apprendimenti significativi, di aspetti logici e semantici, in una progressione continua ed integrata, che non può essere artificiosamente schematizzata in fasi e momenti separati.

Gli errori più comuni che i bambini possono commettere **nel contare** gli oggetti sono:

- Contare **2 volte** lo stesso oggetto.
- Saltare** un oggetto senza contarlo.
- Dopo aver contato bene tutti gli oggetti, non accorgersi di aver finito, e **ricontarne alcuni** già contati.

IDIOTI O INTELLETTUALI ?

Nel libro "**Il concetto di numero nella scuola e nella vita quotidiana**", di **Noce e Missoni**, si evidenzia ad es. che il **concetto** della parola "**tre**" presenta la **stessa difficoltà** della parola "**buono**", e si osserva: "**Ma allora, perché quando entriamo a scuola ci trattano come dei perfetti idioti rispetto alla parola "tre", e come degli intellettuali rispetto a "buono?"**

Pellerey scrive: "**L'attività sul numero avrà inizio subito; l'aritmetica resta il nucleo centrale in classe prima**". Senza annoiare gli alunni, tenendo conto di quanto essi hanno **già imparato**.

E con una bella metafora dello stesso Pellerey: "**la logica non è la portinaia dell'aritmetica**", non va considerata un suo pre-requisito, come talvolta è accaduto, provocando difficoltà e ritardi.

OPERARE CONCRETAMENTE (*Piaget*) SU STRUTTURE E SCHEMI ORDINATI (*Gestalt*)

Bortolato, Petter, Pellerey, Jaqueline Bickel, la Stern, la Montessori ed altri hanno constatato l'importanza di visualizzare quantità di elementi, come palline, strutturate in **cinquine e decine** per capire e consolidare i numeri e facilitare il **calcolo mentale**.

Pellerey parla dell'importanza degli “**schemi percettivi**”, trascurati da Piaget perché statici e scrive: *“Recenti tentativi sembrano infatti evidenziare che è possibile per questa strada sviluppare il concetto e la padronanza del numero fino a livelli prima impensabili in bambini cerebrolesi o deboli mentali.”* (*Progetto RICME*)

Tali strutture facilitano molto **la rappresentazione dei numeri** e il **calcolo mentale**, che può e deve essere non solo **orale**, ma anche eseguito **operando concretamente** come vuole **Piaget**.

I sussidi qui esposti sono tutti basati su **schemi percettivi (*Gestalt*)**, e sulla **manipolazione attiva**, (*Piaget*), **integrandoli sinergicamente** in un fecondo **connubio** che ne ottimizza l'efficacia didattica. Essi sono **più efficaci** dei “regoli” o “**numeri in colore**”, perché evidenziano sempre le **unità**, le **cinquine** e le **decine**. Es. Se prendo **7 vedo subito** le 7 unità, disposte in $5 + 2$, e le 3 unità che mancano per formare una decina. Ecc... (*Vedi file NUMERI e OPERAZIONI*)

Grazie a tutto ciò essi consentono di **cogliere a colpo d'occhio i numeri**, di **comporli e scomporli** facilmente in vari modi, e di eseguire **concretamente** le operazioni dirette e inverse ed il **calcolo mentale**, sia **orale**, che **scritto in riga**, visualizzando sempre il **passaggio della decina**, con le proprietà associativa, dissociativa, commutativa, ecc... In tal modo, inoltre, si facilita molto anche la comprensione e l'uso significativo dei **simboli**, che saranno pieni di significato.

LA STRUTTURA DECIMALE E' INDISPENSABILE

Hans Freudenthal osserva: *“Il più immediato sintomo di un qualunque sistema di matematica è il suo modo di trattare il numero naturale; più spesso il suo **trascurare** la struttura della numerazione, cioè il **sistema decimale**. Nella **pratica** dei numeri, dalla più rudimentale alla più sofisticata, la **struttura decimale** è l'aspetto **dominante**. Questa **struttura** è **indispensabile**, dall'apprendimento (puramente linguistico) dei nomi dei numeri, fino all'impiego efficiente di questi. Ma in **nessun sistema matematico** si fa la **minima menzione** di queste cose. Anzi, la matematica ad **alto livello** è stata oggettivizzata, e **spogliata** dei più rudimentali **elementi umani**, come le **dita**.”*

L'approccio didattico qui presentato si fonda invece totalmente sulla **struttura decimale**, ulteriormente articolata **in cinquine**, **visualizzata concretamente**, prima di essere tradotta nella scrittura simbolica, che sarà tanto più facile quanto più si sono **appresi e consolidati i numeri** e il **calcolo mentale** visualizzandoli con **sussidi adatti e verbalizzandoli oralmente**, anche senza scriverli.

TABELLA dei NUMERI da 1 a 100
 CON CINQUINE DI COLORE DIVERSO

La tabella è proposta nel "Progetto RICME", vol. III, pag. 106.

Ci si può **comporre-scomporre, aggiungere e sottrarre concretamente** con gettoni o **dischetti colorati** usati per chiudere le **cartucce dei fucili**, reperibili nelle armerie, o anche **senza**, osservando ed evidenziando le varie quantità di caselle e calcolando **mentalmente**. (*Vedi NUMERI e OPERAZIONI*).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Questa tabella stampata su cartoncino si può fissare con lo scotch a sinistra della tabella operativa delle moltiplicazioni e divisioni a pag. 12, per poterci facilmente disporre e quantificare gli elementi-unità prima di operarci nella tabella stessa delle divisioni e moltiplicazioni di pag. 12.

TABELLA dei NUMERI da 1 a 100

(Con caselle non numerate)

Ci si può comporre-scomporre, addizionare e sottrarre concretamente con gettoni o dischetti colorati usati per chiudere le cartucce dei fucili, reperibili nelle armerie, o anche senza, osservando ed evidenziando le varie quantità di caselle e calcolando mentalmente. (Vedi NUMERI e OPERAZIONI).

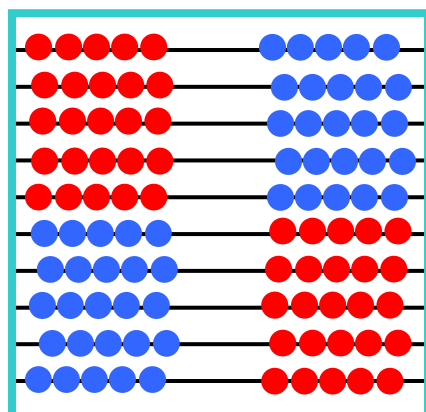
ESEMPIO $7 + 5 = 7 + 3 + 2 = 10 + 2 = 12$

●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
●	●								

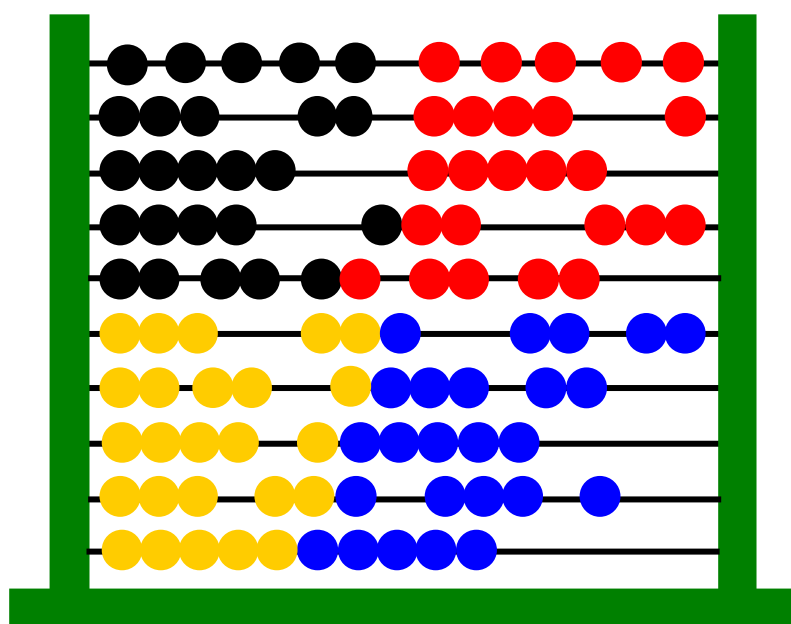
Stampare su cartoncino per **operarci concretamente** con **gettoni colorati** o altro materiale.

PALLOTTOLIERE

CON CINQUINE DI COLORE DIVERSO



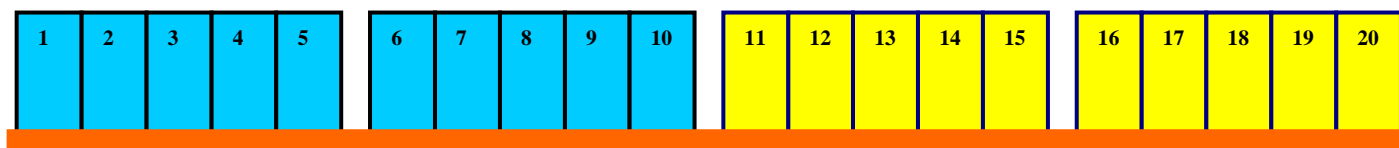
Come sussidio individuale per ciascun alunno. Nello **scomporre e comporre** i numeri e fare **addizioni e sottrazioni**, si deve cercare di “**subitizzare**” le varie quantità senza contare per uno. *(Vedi NUMERI E OPERAZIONI)*



E' bene usare un **pallottoliera grande** per guidare gli alunni, all'inizio, anche collettivamente, con attività **orali, verbalizzando** le operazioni fatte concretamente col pallottoliera. Poi, una volta capito, gli alunni possono usare un **pallottoliera individuale**, inventando molti altri esercizi, aiutandosi in coppia, o da soli, anche **solo oralmente**, imparando piacevolmente con poco tempo e fatica. *(Vedi NUMERI E OPERAZIONI)*

LA LINEA DEL 20

Camillo Bortolato, Erickson.



La linea del 20 è un ottimo sussidio formato da 20 tasti mobili numerati, disposti in **4 cinque** separate, evidenziando le **2 decine** con 2 colori diversi. Ci si può operare concretamente **alzando e abbassando** i tasti, sia per formare, comporre e scomporre i vari numeri, sia per visualizzare il **calcolo mentale**, grazie alla struttura ordinata in **cinque e decine**. Come spiega **Bortolato**, i bambini con tale sussidio imparano e consolidano facilmente i numeri e il **calcolo mentale** in modo intuitivo, “*analogico*”, senza troppe complicazioni e spiegazioni concettuali per la loro scrittura e il calcolo **in colonna**, che Bortolato definisce “*cieco*”, cioè meccanico, mentre **quello mentale** è intuitivo e significativo, e permette di “*calcolare senza contare*” grazie appunto ai riferimenti costanti alle **cinque, decine, centinaia, migliaia**, visualizzate concretamente.

Bortolato inoltre osserva giustamente che: “*Le cifre scritte ci servono per il calcolo scritto, (in colonna; ma anche il calcolo mentale si può scrivere, in riga, nei modi esemplificati nel file NUMERI E OPERAZIONI: nota dello scrivente) ecc...*”

Il calcolo scritto (in colonna) è un paragrafo circoscritto del calcolo mentale, e non il contrario, poiché anche nel calcolo scritto (in colonna) applichiamo, colonna per colonna, le strategie del calcolo mentale.” Si usa comunemente l’espressione “**calcolo scritto**” per indicare il “**calcolo in colonna**”. Ma attenzione, è molto importante rappresentare a livello “*scritto*”, oltre che **concreto-operativo** con sussidi adatti, anche le procedure del **calcolo mentale**, per apprenderle ed interiorizzarle stabilmente, come si può vedere chiaramente dagli esempi contenuti nel file “*NUMERI E OPERAZIONI.*”

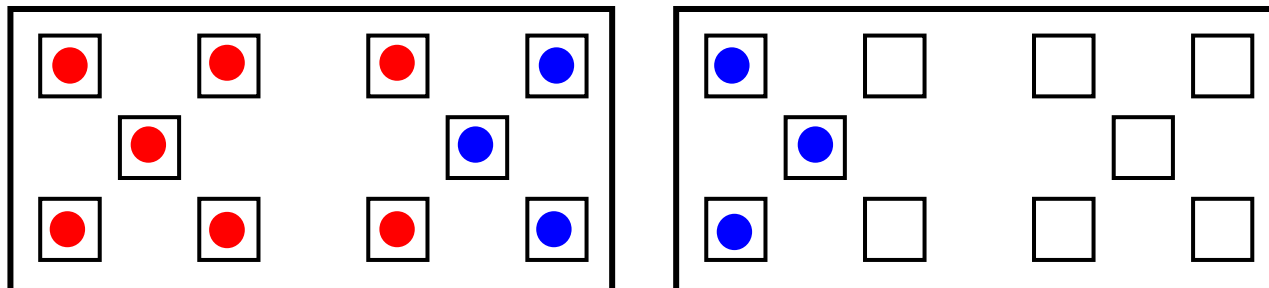
L’importanza di quanto sostiene Bortolato, non sta tanto nel **sussidio in sé**, ma nel modo in cui viene utilizzato e negli **obiettivi ai quali è finalizzato**, che si possono raggiungere anche con altri sussidi analoghi, come quelli esposti nelle prossime pagine, fondati sullo **stesso principio** della struttura in **cinque e decine**, per visualizzare e rappresentare, imparare e consolidare intuitivamente i numeri e il **calcolo mentale**: questi sono **obiettivi prioritari** rispetto alla **scrittura** dei numeri e al **calcolo scritto in colonna**, che diventa molto più facile se si consolida bene il **calcolo mentale**, fatto spesso e visualizzato-rappresentato **concretamente**, ed anche “*scritto*”, prima di essere **interiorizzato**.

Bortolato ha pubblicato anche la “**Linea del 100**”, che consente di visualizzare con immediatezza i numeri e i calcoli mentali fino a 100, con modalità analoghe a quelle di un **pallottoliere** a cinque diverse, o degli **altri sussidi** qui presentati.

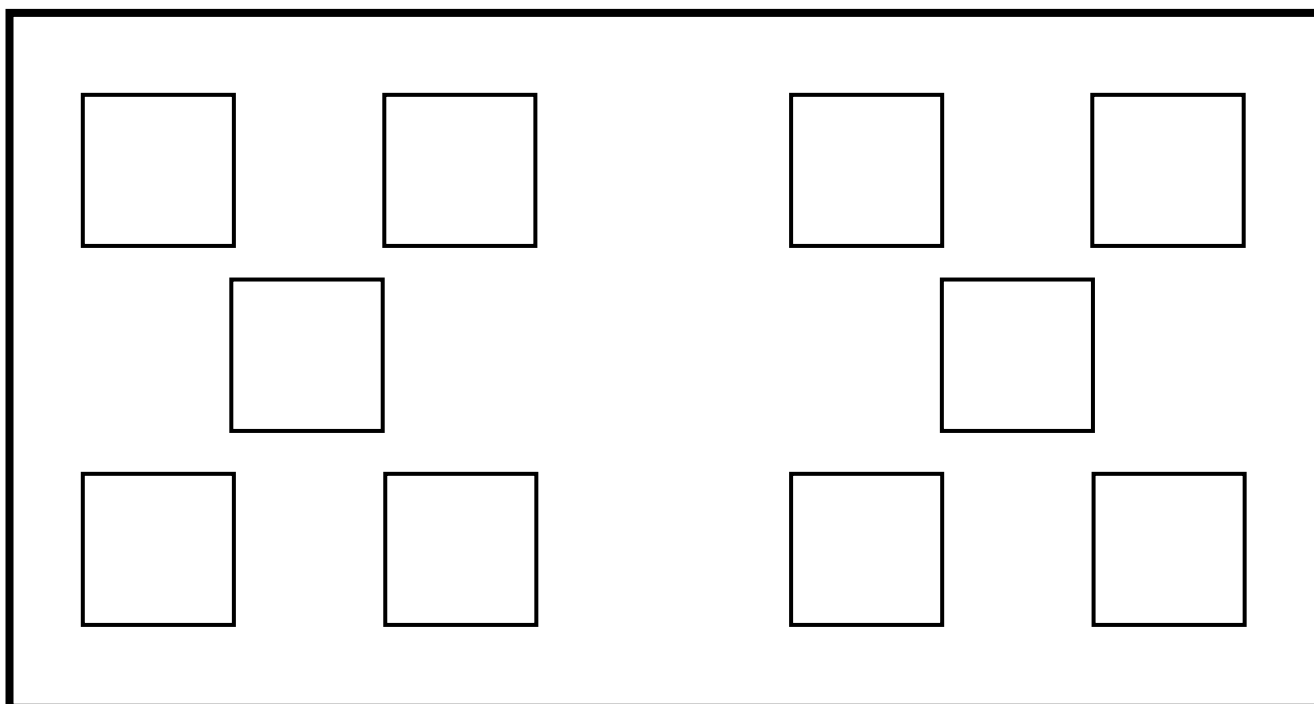
SCHEDE DEL 10

(Jaqueline **Bickel**, "L'educazione formativa", ed. Belforte Libraio, Livorno)

$$\text{Es. } 7 + 6 = 7 + 3 + 3 = 10 + 3 = 13$$



In tali schede, proposte da **Jacqueline Bickel** la **decina** è strutturata in **2 cinque** come negli altri sussidi. Ci si può **operare concretamente** con gettoni **colorati** o anche **senza**, osservando ed evidenziando le caselle con cui si opera.



Stampare su cartoncino per operarci con gettoni o con i **dischetti colorati** che si usano per chiudere **le cartucce dei fucili**, o materiale analogo.

Si possono ovviamente utilizzare **2 o più schede** per operare entro il 20, il 30, ecc...

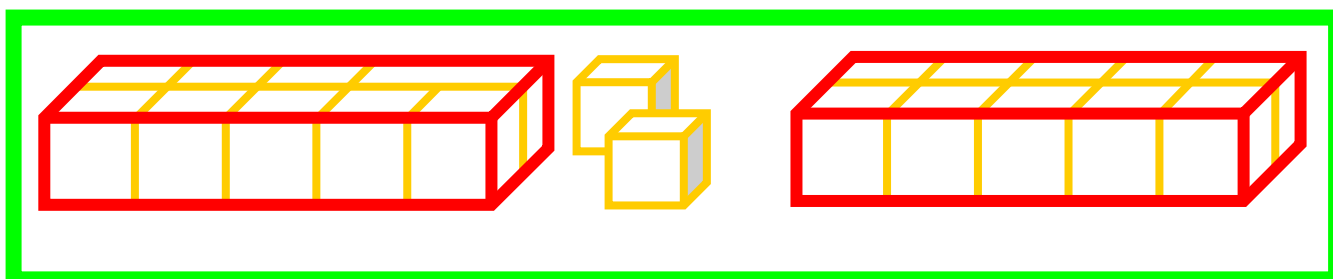
IL CONTAFACILE *(ottimo, con guida)*

Maria Pia Rinaldelli Saitta (0733-639278)
(Su "Scuola Italiana Moderna" n° 4 del 15/10/2000)

1 scatola-centinaio verde, contenente

10 scatoline-decine rosse, 5 A DESTRA e 5 A SINISTRA, contenenti

10 cubetti-unità gialli ciascuna, 5 a destra e 5 a sinistra, con cui operare.



(Parte operativa del sussidio, che comprende anche le cifre ed i segni mobili)

Al posto delle **scatoline-decina** si possono usare le **schede** seguenti operandoci con gettoni **colorati** al posto dei **dadi**, per fare composizioni e scomposizioni, addizioni e sottrazioni, visualizzando così il **calcolo mentale**. Ci si può **operare** anche **senza gettoni**, osservando ed evidenziando le caselle con cui si opera.

Es. $13 = 10 + 3 = 3 + 10 = 5 + 5 + 3 = 5 + 3 + 5 = 8 + 5 = 8 + 2 + 3$

●	●	●	●	●					
●	●	●	●	●	●	●			

*I 3 dischetti **gialli** si possono aggiungere nella **scheda sotto** invece che in quella a destra.*

SCHEDE CONTA FACILE


Stampare su cartoncino per operarci con gettoni o con i **dischetti colorati** che si usano per chiudere **le cartucce dei fucili**, o materiale analogo. Ci si può **operare concretamente** con gettoni **colorati** o anche **senza**, osservando ed evidenziando le caselle con cui si opera.

Le singole **schede-decina** si possono anche **ritagliare** e usare separatamente.

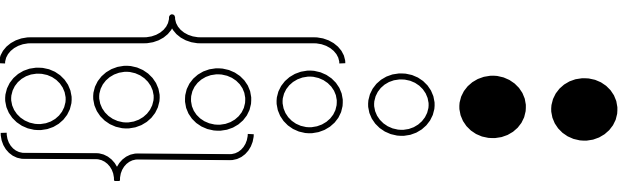
TABELLINE DI ADDIZIONI E SOTTRAZIONI ENTRO IL 20

Per velocizzare i calcoli, le addizioni e le sottrazioni dei numeri **entro il 10** ed **il 20** vanno consolidate e automatizzate, a mo' di **tabelline**, **senza contare per uno commutando** gli addendi ed **invertendo** le operazioni. Esempio:

Per i numeri fino a 10 (es. 7)



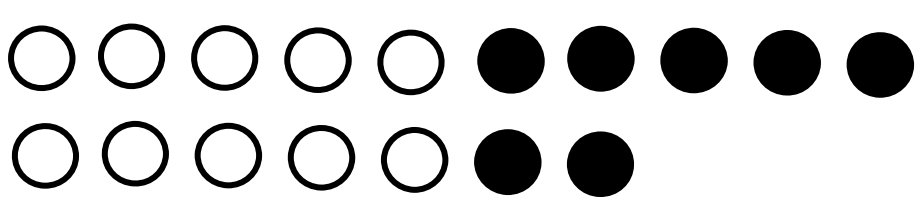
$5 + 2 = 7$; $7 - 2 = 5$
 $2 + 5 = 7$; $7 - 5 = 2$



$4 + 3 = 7$; $7 - 3 = 4$
 $3 + 4 = 7$; $7 - 4 = 3$

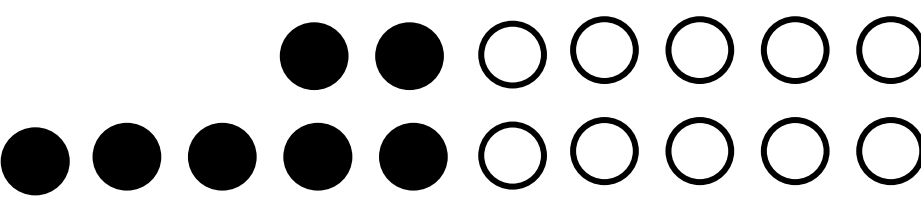
ecc...6 + 1 = 7 e 7 + 0 = 7

Per i numeri da 11 a 20 (es. 17)



$10 +$
 $7 = 17$
 $17 - 7 = 10$

*Usare una stessa illustrazione, qui invece ripetuta, capovolgendola:
 10 + 7 = 17 sarà scritto capovolto a sinistra e 17 - 7 = 10 capovolto sopra.*



$7 +$
 $10 = 17$
 $17 - 10 = 7$

TABELLA OPERATIVA

MOLTIPLICAZIONI E DIVISIONI

La tabella contenuta nella prossima pagina si può **stampare su cartoncino** leggero. Essa può essere usata come una **normale tavola pitagorica**, ma ci si può anche **operare concretamente** con dei dischetti. Ci si possono costruire **schieramenti concreti** con i **dischetti** colorati usati per chiudere le **cartucce** dei fucili, o **gettoni** o altro materiale analogo, e ci si possono eseguire **concretamente moltiplicazioni e divisioni** con riferimento a semplici problemi, come da esempi seguenti. Le COLONNE indicano le VOLTE o PARTI UGUALI, nelle operazioni di moltiplicazione e divisione. Tale scelta può essere utile a livello didattico, nelle classi iniziali, anche se matematicamente è **riduttiva e va poi superata**, come è meglio precisato nel file “NUMERI e OPERAZIONI.”

A sinistra di questa tabella si può **fissare** con lo scotch l'altra tabella dei **primi 100 numeri a pag. 1**, stampata su cartoncino, in cui si possono disporre ordinatamente e **quantificare** facilmente i gettoni prima di **dividerli** in questa tabella.

Ovviamente si può usare la tabella anche **senza operarci** con i gettoni, ma semplicemente delimitando i vari **schieramenti** magari con **due righelli a squadra**.

COME OPERARE CONCRETAMENTE CON LA TABELLA

1-Moltiplicazione.

Ci sono **3 bambini**. Gli voglio regalare **4 caramelle** ciascuno. Quante caramelle mi servono in tutto? Prendo 4 elementi-dischetti-caramelle e li metto in una **colonna (bambino)** per **3 volte**, nelle prime 3 colonne, ripetendo 4 elementi per 3 volte = 12 elementi-caramelle. Si possono formare anche 3 mucchietti di 4 dischetti ciascuno sopra le prime 3 frecce-colonne che in questo esempio rappresentano i bambini.

2-a-Divisione (*contenenza, sottrazione ripetuta, raggruppamenti*)

Ho **13 caramelle** e ne dò **4 a ogni bambino**: quanti bambini accontento? Prendo 13 elementi-dischetti-caramelle. Poi metto 4 dischetti-caramelle in ciascuna **colonna (bambino)**, formando così **3 colonne (bambini)**, nelle prime 3 colonne, con 4 elementi-caramelle ciascuna. Tali elementi-caramelle si possono anche raggruppare in 3 mucchietti da 4 elementi-caramelle ciascuno sopra le prime 3 frecce-colonne (i bambini). Avanza 1 caramella: **resto 1**.

2-b-Divisione (*in parti uguali: ripartizione*).

Ho **13 caramelle** e le divido in **parti uguali** fra 3 bambini: quante caramelle dò a ciascuno? Prendo 13 dischetti-elementi-caramelle. Poi metto **12 dischetti-caramelle** nelle prime **3 colonne (bambini)**, facendo 3 parti uguali di 4 elementi-caramelle ciascuna. Le 3 parti uguali si possono anche formare mettendo i dischetti- caramelle in 3 mucchietti uguali di 4 elementi-caramelle ciascuno, sopra le prime 3 frecce-colonne (i bambini). Avanza 1 caramella: **resto 1**.

(Vedi “NUMERI e OPERAZIONI”)

TABELLA OPERATIVA - MOLTIPLICAZIONI E DIVISIONI

VOLTE o PARTI UGUALI (colonne)									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

A sinistra di questa tabella ci si può fissare con lo scotch l'altra tabella dei numeri da 1 a 100 a pag. 3, stampata su cartoncino, per quantificarvi i dischetti prima di operarci in questa tabella.