ROMPICAPO

di Ennio Monachesi

SITO ***www.monachesi.it***

*Problemi e quesiti **curiosi e originali**, che richiedono, oltre alla logica, capacità di **intuizione** e “**pensiero divergente**” che sappia **uscire dagli schemi** abitudinari.*
*Le **soluzioni** si trovano in fondo nelle **ultime pagine.***

1-MARIA E IL LADRO

E' estate e fa molto caldo. **Maria** dorme in una camera a piano terra con la finestra spalancata. **Entra un ladro** e si mette a rubare i gioielli da un cofanetto sopra il comò. Ma d’un tratto lo urta facendolo cadere a terra con un gran botto. Maria si sveglia e guarda il ladro; il ladro guarda Maria. Maria si rimette a dormire. Il ladro continua a rubare tranquillamente, e poi se ne esce dalla finestra.

Come si spiega?

2 -L’UOMO E L’ASCENSORE

Un uomo abita al **30° piano** di un grattacielo.

Quando esce prende l’ascensore fino al piano terra.

Quando rientra, **l’ascensore** lo prende, ma **solo fino al 27° piano.** Poi gli **ultimi 3 piani li sale a piedi**.

Perché?

3 -I DUE AEREI

Un aereo parte da **Roma** diretto **a Milano,** che dista **450 Km.,** alla velocità di **900 Km/h.**

Dopo **15 minuti** un altro aereo parte da **Milano** diretto a **Roma,** alla velocità di **600 Km/h.**

Nel momento in cui si **incontrano**, quale dei 2 aeroplani sarà **più distante da Roma?**

4 - IL PESO DEL MAIALE

Un maiale pesa **40 kg** più **metà** del suo peso totale.

Qual è il peso totale del maiale?

5 - UGUAGLIO O RADDOPPIO

Mario e Ugo sono 2 pastori che hanno 2 greggi di pecore.

Mario dice a Ugo: - **Dammi una** delle tue pecore, così io ne avrò **il doppio** delle tue.

Ugo dice a Mario: -No, dammene **una tu**, così ne abbiamo tutti e due lo **stesso numero.**

Quante pecore ha Mario? E quante ne ha Ugo?

6 - I TRE INTERRUTTORI

In una stanza con la porta chiusa ci sono 3 lampade spente sopra un tavolo per fare l'esperimento. Fuori della stanza ci sono **3 interruttori,** e ciascuno di essi accende una lampada diversa. Devi scoprire **quale lampada** viene accesa da **ciascun interruttore**. Puoi usare gli interruttori come vuoi ed **entrare** nella stanza, ma **una sola volta**.

7- I DUE RECIPIENTI

Ho 2 recipienti, uno da **5 litri** e l'altro da **3 litri**.
Come faccio per prendere **4 litri** d'acqua da una fontana?

8 - UN LAVORO IN DUE

Per tinteggiare una stanza **Mario** impiega **3 ore; Luigi** impiega **6 ore.** Quanto tempo impiegano lavorando **insieme**?

9 - TROVARE L'ETA'

Senza contare i **sabati** e le **domeniche** Giorgio avrebbe **40 anni.** Quanti **anni** ha in **tutto** Giorgio contando anche **i sabati** e le **domeniche**?

10 -LA REGOLA-PAROLA D’ORDINE

Una spia deve penetrare in una caserma del nemico e per poterlo fare deve scoprire la parola d’ordine, cioè la regola per poter rispondere in modo esatto alla parola detta dalla sentinella che sta di guardia all’entrata.

Si avvicina alla sentinella per sentire cosa rispondono i soldati per poter entrare.

Arriva un soldato: la guardia gli dice “**dodici”;** il soldato gli risponde **“sei”,** e viene fatto entrare.

Arriva un altro: la guardia gli dice “**dieci”;** lui risponde **“cinque”,** ed entra.

Terzo soldato: la guardia gli dice **“otto”** e lui risponde **“quattro”,** ed entra.

Un altro ancora: la guardia gli dice **“sei”;** lui risponde **“tre”,** e passa.

La spia, a questo punto, crede di aver capito e si fa avanti.
La guardia gli dice **“quattro”** e lui risponde **“due”**, ma la guardia gli spara perché ha sbagliato la risposta.

Qual era la **risposta giusta** e la **regola** su cui si fonda?

11 -UNA STRANA FOGLIA

In mezzo a un **lago** c’è una grossa **foglia.**
Un bel giorno la foglia aumenta di grandezza fino a diventare doppia, e continua a **raddoppiarsi** anche in ciascuno dei giorni successivi: **ogni giorno** che passa **raddoppia** la sua superficie, fino a ricoprire **tutto il lago** in **30 giorni.**
In **quale giorno** la foglia mutante avrà ricoperto la **metà del lago?**

12 - I DUE SASSOLINI

Molti anni fa, ai tempi in cui un debitore insolvente poteva essere gettato in prigione, un mercante si trovò ad avere un grosso debito con un usuraio. L'usuraio, vecchio e brutto, si invaghì della bella e giovanissima figlia del mercante, e propose un affare. Disse che gli avrebbe condonato il debito se avesse avuto in cambio la ragazza. Il mercante e sua figlia rimasero inorriditi della proposta. L'astuto usuraio propose allora di lasciar decidere alla Provvidenza. Disse che avrebbe messo in **una borsa** vuota **2 sassolini**, uno **bianco** e uno **nero**: la fanciulla avrebbe dovuto **estrarne uno.** Se avesse estratto il **sassolino nero,** sarebbe diventata sua moglie e il debito sarebbe stato condonato. Se invece avesse estratto quello **bianco,** sarebbe rimasta con suo padre ed anche in tal caso il debito sarebbe stato rimesso. Ma se si fosse **rifiutata** di procedere all'estrazione, suo padre sarebbe stato messo in prigione e lei sarebbe morta di stenti.

Il mercante e sua figlia, non avendo altra scelta, accettarono. In quel momento si trovavano in un **vialetto di ghiaia** del giardino del mercante e l'usuraio si chinò per raccogliere i 2 sassolini.
Mentre li sceglieva, gli occhi della fanciulla, resi ancora più acuti dal terrore, notarono che egli prendeva e metteva **nella borsa 2 sassolini entrambi neri.** Poi l'usuraio invitò la fanciulla ad estrarre il sassolino che doveva decidere la sua sorte e quella di suo padre.

Immaginate ora di trovarvi nel vialetto del giardino: che cosa fareste nei panni della sfortunata fanciulla?
E, se doveste consigliarla, che cosa le suggerireste?
Quale tipo di ragionamento seguireste?

Se riteneste che un rigoroso **esame logico** possa risolvere il problema, ricorrereste al **pensiero verticale** (cioè **logico**). Chi si servisse del **pensiero verticale** non potrebbe però essere di grande aiuto alla ragazza. Il suo modo di analizzare la situazione metterebbe in luce 3 possibilità. La ragazza infatti potrebbe:

1-rifiutarsi di estrarre il sassolino;

2-mostrare che la borsa contiene **2 sassolini neri** e smascherare l'usuraio;

3-estrarre uno dei sassolini neri e **sacrificarsi** per salvare suo padre.

Ma nessuna di queste alternative sarebbe utile ecc…

L'aneddoto vuole mostrarci la differenza tra il pensiero **verticale** e quello **laterale.**

I verticalisti affrontano la situazione dal punto di vista **più razionale** e quindi procedono con circospetta **logicità.**

I lateralisti preferiscono esminare **tutti i possibili** punti di partenza invece di accettare il più invitante ecc…"

(Edward De Bono, "Il pensiero laterale" BUR)

I verticalisti affrontano la situazione in modo **razionale**, con rigorosa **logicità**, quindi in modo **"convergente" e prevedibile**.

I lateralisti preferiscono invece **uscire dagli schemi,** in modo originale e creativo, quindi **"divergente" e imprevedibile**, sorprendendo e spiazzando tutti.

Ricorrendo al pensiero laterale, con **fantasia**, la ragazza ha una brillante idea per poter dire che ha estratto il sassolino bianco.
Come fa?

13 - PROBLEMA DI GAMOW

Due treni partono contemporaneamente da due stazioni A e B, situate a **160 km** di distanza 1'una dall'altra e si dirigono 1'uno verso 1'altro alla velocità di **80 km all'ora**.
Un **calabrone** parte nello stesso istante da A e si dirige verso B seguendo la via ferrata con una velocità di **100 Km all'ora.** Quando incontra il treno proveniente da B prende paura, inverte la marcia e riparte in direzione di A. Vola così **da un treno all'altro**, finché questi si incrociano. Quando vede i due treni, che gli sembrano scontrarsi, scappa via per la paura.
Qual è la **distanza totale percorsa dal calabrone** nei suoi **andirivieni.**

(V.Duse, "Per un insegnamento moderno della matematica elementare", La Scuola)

14 – IL PESO DEL MATTONE

Un mattone **intero** pesa **1 chilo** più **mezzo mattone.**
Quanto pesa tutto il mattone?

15 - LA PALLINA DAL PESO DIVERSO

4 palline sono identiche, ma **una** di esse ha un **peso diverso** dalle **altre tre**. Individuare **la pallina con peso diverso**, potendo effettuare solo **due pesate** con una bilancia a 2 piatti.

16 -LE PALLINE BIANCHE E NERE

Ci sono **3 scatole** chiuse che contengono, una **2** palline **bianche**; una **2** palline **nere** e un'altra **1** pallina **bianca** e 1 **nera.** Sul coperchio delle scatole c'è scritto il **colore** delle **2 palline,** che però è **sbagliato**: ciascuna scatola perciò **non contiene** la combinazione scritta, ma **una** delle **altre due** possibili. Qual è il **numero minimo** di palline che è necessario estrarre per indovinare **il vero colore** delle 2 palline contenute in ciascuna delle 3 scatole?

*Combinazini **false** scritte sulle scatole*	***BB***	***NN***	***BN***
*Perciò le palline **potrebbero essere**:*	***BN***	***BN***	***BB***
oppure:	***NN***	***BB***	***NN***

17 - IMPLICAZIONE LOGICA

1-Hai le seguenti **4 carte**. Devi verificare il rispetto della seguente regola: "*Se su **un lato** c'è una **vocale**, sull'**altro** deve esserci un numero **dispari***", voltando il **minor numero** di carte.
Quali carte devi voltare?

E	M	7	4

2 -E' sera, al grande magazzino l'addetto controlla le operazio-ni della giornata. In particolare deve verificare che, in caso di *acquisto **superiore a 30 $**, il tagliando deve essere stato **firmato** sul retro* dal responsabile. Quali tagliandi deve voltare per verificarlo?

40 $	25 $	***Ugo Re***	**……..**

18 - CAVALIERI E FURFANTI

Un paese è abitato da **cavalieri** che dicono sempre la **verità** e **furfanti** che dicono sempre il **falso.**
Tra di essi chi è che può dire: -**Io sono un cavaliere**?
Solo i cavalieri; solo i furfanti; sia i cavalieri che i furfanti, cioè tutti; oppure né gli uni né gli altri, cioè nessuno?
E chi è che può dire: -**Io sono un furfante**?

Per entrare in quel paese ci sono **2 porte uguali**, ma una è quella giusta, l'altra è quella sbagliata e conduce alla morte. Le 2 porte sono sorvegliate da **2 sentinelle**, un **cavaliere** e un **furfante**, ma non si sa chi dei 2 sorveglia la porta giusta e chi la porta sbagliata. Un forestiero deve entrare in città, e, per capire qual è la porta giusta può fare una sola domanda a una qualsiasi delle 2 sentinelle. Qual è **l'unica domanda possibile** che, dalla risposta ottenuta, può consentirgli di capire qual è la porta giusta?

(Si può ***drammatizzare*** *il problema, mettendo 2 sentinelle in 2 porte, facendo ripetere e focalizzare bene i termini del problema. Poi si invita un "****forestiero****" a porre la domanda-soluzione a una delle 2 sentinelle. Drammatizzare è un modo efficace per* ***far rivivere il problema, focalizzarlo*** *e* ***afferrarlo pienamente****.)*

19 - GATTI E TOPI

Un **gatto** e **mezzo** mangiano **un topo** e **mezzo** in un **minuto** e **mezzo.** Quanti topi mangiano 2 gatti in 3 minuti?
E 2 gatti in 6 minuti?
E quanti gatti occorrono per mangiare 3 topi in 1 minuto e mezzo?
E per mangiare 30 topi in 15 minuti?

20 - PUNTARE PREGO !

Paradosso di ***Monty Hall,***
rielaborato da M.P.Palmarini in ***"L'illusione di sapere"-*** *Mondadori*

Ci sono **3 scatole** chiuse, A, B, C: due sono vuote ed una contiene 1 milione.

Un giocatore può cercare di vincere il milione puntando su una delle 3 scatole. Punta sulla **scatola A**.

Se la scatola A puntata contiene il milione, le altre due B e C, non puntate, saranno tutte e 2 vuote; se invece la scatola A puntata è vuota le altre 2 scatole, B e C, saranno una piena ed una vuota.

A questo punto, delle 2 scatole **non puntate, B e C**, ne tolgo dal gioco **una vuota**, supponiamo la B, facendo anche vedere al giocatore che è vuota.

Restano così **in gioco 2 sole scatole**, la A, già puntata, e la C, delle quali una è piena e l'altra è vuota.

A questo punto dico al giocatore che, se vuole, può **cambiare la puntata** dalla scatola A alla scatola C.

Ha **più probabilità di vincere** se **non cambia** e quindi mantiene la puntata iniziale sulla scatola A, o se **invece cambia** la puntata dalla scatola A alla scatola C?
Oppure, sia cambiando la puntata sia non cambiandola le probabilità di vincere sono **le stesse, e cioè 50 su 100?**

21 -UN ALIENO NEL DESERTO

Un alieno pesa **10 Kg. (100 hg.**) ed è formato di **acqua al 99 %** (**99 hg.**) e di **materia** per il **restante 1 %** (**1 hg**).

Cade nel deserto e si disidrata, **perdendo solo acqua,** che evapora, mentre la sua **materia** resta **costante,** sempre di **1 hg.**

Dopo un'ora, la suddetta **materia costante** di **1 hg** è però salita in percentuale al **2% del nuovo peso totale** dell'alieno, che ovviamente si è ridotto, mentre la **percentuale dell'acqua** è scesa dal 99 % iniziale al **98 %** del nuovo peso totale stesso.

Qual è tale nuovo peso totale ridotto dell'alieno dopo la disidratazione?

Peso totale iniziale = 10 Kg = 100 hg di cui

acqua	**=**	**99 %**	**=**	**99 hg**
materia	**=**	**1%**	**=**	**1 hg**

Peso totale ridotto dopo un'ora:

acqua	**=**	**98 %**	**=**	**x**	
materia	**=**	**2%**	**=**	**1 hg**	**(costante)**

22 - RAPPORTO TRA DIFFERENZE

Con una certa quantità di vino si riempiono alcune damigianette della capacità di **5 litri.** Se utilizziamo damigiane da **7 litri**, per la **stessa quantità di vino**, ne occorrono **4 di meno.**
Quante sono le damigiane da 5 litri ? E quante quelle da 7 litri ?

23 - RAPPORTO TRA DIFFERENZE IPOTETICHE

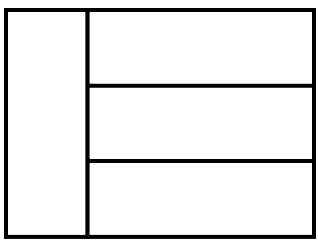
In un cortile ci sono polli e conigli. In tutto ci sono **26 zampe.**
Se tutti gli animali sono 8, quanti sono i polli? E quanti i conigli ?

24 - IL CAMPO IN EREDITA'
Prodotto tra frazioni

Un uomo possiede un campo quadrato di 20 hm per 20 hm.
Per pagare un debito deve **vendere 1 quarto** del campo. Quando muore lascia in eredità, in parti uguali, ai suoi **4 figli,** il campo rimasto. Qual è la parte di campo che avrà ciascun figlio?

25 - LA SCATOLA A 4 SCOMPARTI

Questa scatola presenta **4** scomparti **uguali**. Il suo **perimetro** è **70** cm. Qual è la sua area?



26 - INSERIRE

In un quadrato di lato 5 e **area 25** *(fig. 1)*, **quante strutture** a squadra di **area 5** *(fig. 2)*, si possono inserire, senza sovrapporle, ovviamente in posizioni diverse ? Provare a farlo **col disegno.**

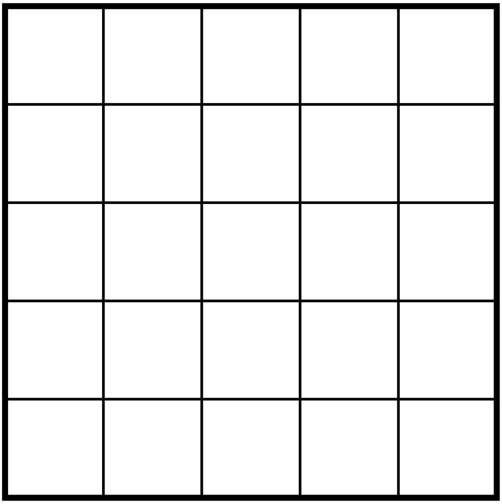


Figura 1

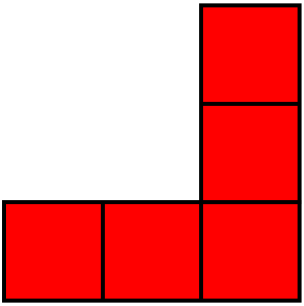


Figura 2

27 - ANELLI DI BORROMEO

(Stemma dei Borromeo: cerca su internet)

Incastrare 3 anelli **a due a due** in modo tale che:

-se sono **tutti e 3 chiusi** non si possono sganciare;

-ma **rompendone uno** qualunque, gli **altri due** sono sciolti.

S O L U Z I O N I

1-MARIA E IL LADRO

*Leggendo il testo viene spontaneo pensare che **Maria** è una persona **adulta normale.** Invece è una **bambina di pochi mesi**, oppure ha un **handicap mentale,** per cui non capisce.*

2 -L'UOMO E L'ASCENSORE

*Leggendo il testo viene spontaneo pensare che l'uomo di cui si parla sia **un uomo normale.** Invece è……….. **un nano!***

3 -I DUE AEREI

*Si incontrano in uno **stesso punto**, alla **stessa distanza** da Roma.*

4 - IL PESO DEL MAIALE

Il testo implica che 40 Kg è la metà del peso totale che perciò sarà di 80 Kg.

$$x \text{ (peso totale)} = 40 + 1/2x$$

$$x - 1/2\ x = 40$$
$$2/2\ x - 1/2\ x = 40$$
$$1/2\ x = 40$$
$$x = 40 \text{ per } 2 = 80$$

5- UGUAGLIO O RADDOPPIO

Si intuisce che le 2 greggi devono essere di poche pecore. Facendo dei tentativi si giunge alla soluzione che Mario ha **7 pecore** e **Peppe 5**. Infatti se Peppe dà una pecora a Mario, questi le raddoppia poiché ne avrà 8 mentre a Peppe gliene restano 4.

Se invece Mario ne dà una a Peppe ne avranno tutti e due 6.

Con il linguaggio formalizzato della matematica si ottiene il seguente sistema di equazioni:

Pongo x = *pecore di Mario*

y = *pecore di Peppe*

$$\begin{cases} x + 1 = 2(y - 1) \\ x - 1 = y + 1 \end{cases}$$

Da cui ottengo $x = y + 2$

Sostituisco la x nella prima equazione con l'equivalente y + 2

$y + 2 + 1 = 2(y - 1)$

$y + 2 + 1 = 2y - 2$

$2 + 1 + 2 = 2y - y$

$5 = y$ *(pecore di Peppe)*

Sostituisco la y nella seconda equazione col suo valore 5

$x - 1 = 5 + 1$

$x = 5 + 1 + 1 = 7$ *(Pecore di Mario)*

6 - I TRE INTERRUTTORI

Premo ***un interruttore****. Dopo 5 minuti ne premo* ***un altro*** *ed entro nella stanza. Tocco le 2 lampade accese: quella +* ***calda*** *è stata accesa* ***dal primo*** *interruttore premuto e* ***l'altra dal secondo****; quella* ***spenta*** *l'accende ovviamente* ***il terzo*** *interruttore.*

7 - I DUE RECIPIENTI

Riempio ***2 volte*** *il recipiente* ***da 3 litri*** *e verso l'acqua in quello da 5 litri riempiendolo. Nel recipiente da 3 litri* ***resta 1 litro*** *d'acqua. Vuoto il recipiente da 5 litri e ci* ***verso il litro*** *rimasto in quello da 3 litri.Poi riempio il recipiente* ***da 3 litri*** *e li verso in quello da 5, ottenendo* ***4 litri.***

8 -UN LAVORO IN DUE

<u>SOLUZIONE 1</u>

In ***1 ora*** *Mario fa* ***1/3*** *e Luigi* ***1/6*** *del lavoro: in tutto* ***1/3 + 1/6 = 2/6*** *+* ***1/6*** *=* ***3/6 = 1/2,*** *cioè* ***metà*** *del lavoro.*

Per farlo ***tutto*** *impiegheranno* ***il doppio****, e cioè* ***2 ore.***

<u>SOLUZIONE 2</u>

Se Mario e Luigi lavorano insieme ***6 ore****, tinteggiano* ***3 stanze****, e cioè 2 stanze Mario e 1 stanza Luigi. Perciò, per tinteggiare 1 sola stanza, impiegheranno* ***6 ore : 3*** *=* ***2 ore.***

9 - TROVARE L'ETA'

SOLUZIONE 1 -Con le ***frazioni***

1 giorno è ***1 settimo*** *di un'intera settimana.*

Se escludo sabato e domenica prendo 5 giorni per ogni settimana, cioè ***5 settimi****; perciò* ***40 anni*** *sono i* ***5 settimi*** *dell'età totale di Giorgio.*

Quindi ***1 settimo*** *dell'età totale =* ***40 : 5 = 8*** *anni ;*
7 settimi *=* ***8 x 7 = 56*** *anni in tutto*

SOLUZIONE 2 -Con la ***proporzione.***

5 *giorni* ***: 7*** *giorni* ***= 40*** *anni* ***: x*** *anni ;*
oppure, ***5*** *giorni* ***: 40*** *anni* ***= 7*** *giorni* ***: x*** *anni.*
Perciò x anni = 7 x 40 : 5 = 56 anni in tutto.

10 -LA REGOLA-PAROLA D'ORDINE

Alla parola ***"quattro"*** *il soldato doveva rispondere* ***"sette",*** *cioè il* ***numero delle lettere*** *che formano la parola* ***"quattro".***

Anche gli altri soldati, infatti, avevano fatto lo stesso: infatti la parola ***"dodici"*** *è formata da* ***6*** *lettere;* ***"dieci"*** *da* ***5*** *lettere;* ***"otto"*** *da* ***4*** *e* ***sei*** *da* ***3*** *lettere.*

11 -UNA STRANA FOGLIA

*Se **l'ultimo giorno** la foglia, raddoppiando, copre **tutto il lago**, il giorno precedente cioè il **penultimo**, essa era la metà e perciò copriva la metà del lago. Perciò la foglia coprirà la meta del lago il **penultimo giorno**, cioè, nel problema specifico, il **29° giorno.***
*Ovviamente, se per coprire il lago raddoppiando ogni giorno la foglia avesse impiegato 40 giorni, essa ne avrebbe coperto la metà il 39° giorno, cioè **sempre il penultimo giorno.***

12 - I DUE SASSOLINI

*La ragazza introdusse la mano nella borsa ed estrasse un sassolino, ma senza neppure guardarlo **se lo lasciò sfuggire di mano** facendolo cadere tra gli altri sassolini del vialetto, fra i quali si confuse. -Oh che sbadata!-, esclamò. -Ma non vi preoccupate: se guardate nella borsa potrete immediatamente **dedurre,** dal colore del sassolino **rimasto**, il **colore dell'altro** che ho estratto.*
*Naturalmente, poiché **quello rimasto era nero,** si dovette presumere che ella **avesse estratto il sassolino bianco**, dato che l'usuraio non osò ammettere la propria disonestà. In tal modo, servendosi del **pensiero laterale**, la ragazza riuscì a risolvere molto vantaggiosamente per sé una situazione che sembrava senza scampo.*
*La ragazza, in realtà, si salvò **in modo molto più brillante** di quanto non le sarebbe riuscito di fare **se l'usuraio fosse stato onesto** e avesse messo nella borsa un sassolino bianco e uno nero, perché in tal caso avrebbe avuto **solo il cinquanta per cento** delle probabilità in suo favore**.** **Il trucco** che escogitò le offrì invece **la sicurezza** di rimanere col padre ed ottenergli la remissione del debito.*

(Edward De Bono, "Il pensiero laterale" BUR)

13 - PROBLEMA DI GAMOW

*Poiché i **2 treni** corrono ciascuno a **80 km l'ora**, dopo un'ora avranno percorso fra **tutti e due 160 km** e quindi, essendo partiti a 160 km di distanza si incroceranno. Poiché il calabrone ha volato per tutto quel tempo, cioè **per un'ora**, e sempre a **100 km l'ora**, esso avrà percorso **100 km.***
*Se ci si prova a risolvere il problema seguendo i **singoli voli** e le singole virate del calabrone, si trova la stessa risposta come somma di una **progressio-ne geometrica di ragione 1/9**, ma con un procedimento molto più **complesso e laborioso.** Anche ammettendo che una **macchina** possa risolvere un problema di questa fatta, lo risolverà dopo aver avuto dall'uomo le opportune istruzioni e lo risolverà col metodo più **meccanico**, cioè con quello **più lungo**. Ma nella **mente** dell'uomo **cos'è che muove il pensiero** in primo luogo verso la risoluzione e poi verso un tipo di risoluzione piuttosto che verso un altro? (V. Duse, "Per un insegnamento moderno della matematica elementare", La Scuola)*

NOTA

*Come ho cercato di spiegare nel file "FRAZIONI", anche nei problemi **diretti e inversi** con le **frazioni** è possibile una soluzione basata sul diverso significato del numeratore e del denominatore: significato che implica la **proporzionalità diretta** dei valori di ciascuna frazione con i **rispettivi numeratori** variabili, (i quali **quantificano** le unità frazionarie), **escludendo** il **denominatore costante** (che serve solo a "denominare" le unità frazionarie stesse).*

*La soluzione consueta degli stessi **problemi diretti e inversi** con le frazioni è basata invece sul ben noto algoritmo della **frazione come operatore,** con una regola ed una formula che includono anche il denominatore. (Vedi FRAZIONI)*

14 – IL PESO DEL MATTONE

Un mattone **intero** $\boxed{\frac{1}{2}}\boxed{\frac{1}{2}}$	**PESA**	**1 kg** + $\boxed{\frac{1}{2}}$ mattone

*Il testo è un'**equazione verbale**: rappresentata con il **disegno** è molto più intuitiva e facilita la soluzione. Si vede chiaramente infatti che al posto di **mezzo mattone** è stato messo **1 kg.** Perciò*

1 mezzo** del mattone = **1 kg

2 mezzi** del mattone, (cioè 1 mattone **intero**) **= 1 kg + 1kg = 2 kg

15 - LA PALLINA DAL PESO DIVERSO

CASO A

1-PRIMA PESATA- Prendo 2 palline e le metto sui 2 piatti della bilancia: se i 2 piatti vanno allo stesso livello, la pallina con peso diverso è una delle altre due.

2-SECONDA PESATA- Tolgo una pallina da un piatto e ci metto una terza pallina: se questa è la pallina di peso diverso i 2 piatti si spostano di livello, se invece i 2 piatti restano allo stesso livello, la pallina di peso diverso è l'altra che non ho messo sulla bilancia.

CASO B

1-PRIMA PESATA- Prendo 2 palline e le metto sui 2 piatti della bilancia: se i due piatti vanno ad un livello diverso, una delle 2 palline che ho messo sui 2 piatti è quella di peso diverso.

2-SECONDA PESATA- Tolgo una pallina da un piatto e ci metto una terza pallina: se i piatti restano ad un diverso livello la pallina di peso diverso è quella che non ho tolto; se invece i 2 piatti vanno allo stesso livello, la pallina con peso diverso è quella che ho tolto.

16 -LE PALLINE BIANCHE E NERE

*Disegno le 3 scatole con la **scritta della falsa** combinazione del colore delle 2 palline che esse contengono. Perciò le 3 scatole non contengono la combinazione scritta su di esse, ma **una delle altre 2** combinazioni possibili, che scrivo **sotto ciascuna scatola**.*

*Combinazini **false** scritte sulle scatole*	***BB***	***NN***	***BN***
*Perciò le palline **potrebbero essere**:*	*BN*	**BN**	**BB**
oppure:	**NN**	*BB*	*NN*

*La **terza scatola**, poiché la scritta **BN** su di essa **è falsa**, deve contenere **2 palline** dello **stesso colore.***

*Estraggo una pallina dalla **terza** scatola: se ho estratto una pallina BIANCA, anche l'altra deve essere BIANCA: perciò, in tale ipotesi, nella **terza scatola** ci sarà la combinazione BB.*

*Ne consegue che la combinazione BB non può stare nella **seconda scatola**, in cui ci deve essere la **combinazione BN.***
*Questa a sua volta non può stare nella **prima scatola,** in cui perciò ci deve essere **NN.***

*Quindi, **basta estrarre una sola pallina** dalla scatola con la scritta **falsa BN** che deve contenere 2 palline dello **stesso colore**: basta estrarre **una** pallina per per conoscere anche il colore dell'**altra.** E' poi possibile dedurre logicamente, per esclusione, il colore delle 2 palline contenute in ciascuna delle altre 2 scatole.*

17 - IMPLICAZIONE LOGICA

*I 2 problemi sono basati entrambi su un'**implicazione logica**, e in entrambi si devono voltare la **prima** e l'**ultima** carta o scheda.*

*Infatti: se **vocale** (E) allora **dispari**; perciò se **non dispari** (4) allora **non vocale**.*

*Se **più** di **30 $** (40 $) allora **firma**; perciò se **non firma** (…) allora **non più** di **30 $.***

*Ma il secondo problema è più facile perché è **più intuitivo.***

*Come anche: se **piove** allora ci sono le **nuvole**; perciò, se **non** ci sono le **nuvole** allora **non piove**, ma **non viceversa**.*

*Condizione **necessaria** ma **non sufficiente** perché **piova** è che ci siano le **nuvole**.*

Se PIOVE ---------► allora -------------► ci sono NUVOLE
NON PIOVE ◄------ allora ◄----- se NON ci sono NUVOLE

*Se stai a **Roma** allora stai in **Italia,** ma non viceversa. Perciò, se **non** stai in **Italia** allora **non** stai a **Roma**, ma non viceversa.*

*Se è **festa** allora **non** c'è **scuola**, ma non viceversa. Perciò se c'è **scuola** allora **non** è **festa**, ma non viceversa.*

*Se **cane** allora **animale**, perciò, se **non animale** allora **non cane.***

*Se **Ugo** allora **maschio**, perciò, se **non maschio** allora **non Ugo.***

*Da non confondere con la **doppia** implicazione o **coimplicazione logica**: **Se e solo se respiri** allora sei **vivo**, e **viceversa.***

*Condizione **necessaria e sufficiente** perché tu sia **vivo** è che **respiri.***

*Se e solo se **tu** sei **mia madre** allora **io** sono **tuo figlio** e **viceversa.** Perciò se tu **non sei mia madre** allora io **non sono tuo figlio**, e **viceversa.***

*Se e solo se **oggi** è **giovedì** allora **domani** è **venerdì** e **viceversa.** Perciò se oggi **non è giovedì** allora domani **non è venerdì**, e **viceversa.***

18 – CAVALIERI E FURFANTI

*“**Io sono un cavaliere**” lo possono dire sia i cavalieri, dicendo la verità, sia i furfanti mentendo: perciò lo possono dire **tutti**.*
*Invece “**Io sono un furfante**” non lo possono dire né i cavalieri, perché mentirebbero, né i furfanti, perché direbbero il vero; perciò non lo può dire **nessuno.***

*Il forestiero deve **coinvolgere tutte e 2** le sentinelle, per ottenere una risposta **falsa** che indichi **la porta sbagliata**.*
*Per farlo deve chiedere a una delle 2 sentinelle: ”Se io chiedessi **all’altra sentinella** tua collega qual è la **porta giusta** per entrare, lei che cosa **mi risponderebbe**?”*

*La sentinella interrogata, a tale domanda, gli darà una risposta che **indicherà** sicuramente il **falso**, cioè la porta sbagliata, perciò il forestiero dovrà prendere **l’altra.***
*Infatti, se la sentinella che egli interroga è un cavaliere **sincero**, essa gli dirà **sinceramente** il **falso** che direbbe il suo collega furfante-bugiardo. La sentinella-cavaliere sincera, cioè, gli rispon-derebbe dicendo VERAMENTE il FALSO (V. F = F), indicando la porta sbagliata. Se invece la sentinella che egli interroga è un furfante **bugiardo**, essa gli risponderà **mentendo** e **falsificando** la **verità** che direbbe il suo collega cavaliere-sincero. La sentinella-furfante **bugiarda,** cioè, gli risponderebbe FALSANDO il VERO (F. V = F), indicando perciò ugualmente la porta sbagliata.*

19 -GATTI E TOPI

Soluzione *Se 1 gatto e 1/2 mangia 1 topo e 1/2 in 1 minuto e 1/2, nello **stesso tempo** di 1 minuto e 1/2 , 1 gatto mangia 1 topo, 2 gatti mangiano 2 topi, 3 gatti mangiano 3 topi, ecc…*
E in 3 minuti 1 gatto mangia 2 topi, e 2 gatti mangiano 4 topi ecc..

In 6 minuti** 1 gatto mangia 4 topi e **2 gatti 8 topi.

Si opera come segue.

6 minuti : 1,5 minuti = 4 *(topi mangiati da 1 gatto in 6 minuti)*
4 topi x 2 = 8 topi *(topi mangiati da 2 gatti in 6 minuti)*

GATTI	MINUTI	TOPI
1 e mezzo	***1 e mezzo***	**1 e mezzo**
1	*1 e mezzo*	1
2	*1 e mezzo*	2
1	*3*	2
2	*3*	4
1	*6*	4
2	***6***	**8**

*Se 1 gatto e 1/2 mangia 1 topo e 1/2 in 1 minuto e 1/2, nello **stesso tempo** di 1 minuto e 1/2 , 1 gatto mangia 1 topo, perciò, per mangiare 3 topi in 1 minuto e 1/2, occorrono 3 gatti.*

*E per mangiare **30 topi** in **15 minuti** occorrono **3 gatti.***

Si opera come segue.

15 minuti : 1,5 minuti = 10 *(topi mangiati da 1 gatto in 15 minuti).*
30 topi : 10 topi = 3 *(gatti occorrenti per mangiare 30 topi in 15 minuti)*

GATTI	MINUTI	TOPI
1 e mezzo	***1 e mezzo***	**1 e mezzo**
3	*1 e mezzo*	3
3	***15***	**30**

20 - PUNTARE PREGO !

Anche molte persone di notevole cultura ed intelligenza hanno erroneamente sostenuto che scegliendo la seconda volta ***tra 2 sole scatole****, una piena ed una vuota, le probabilità di vincere, sia mantenendo la puntata iniziale che cambiandola, erano* ***le stesse, e cioè il 50%.***

Tale risposta evidenzia come si può essere facilmente tratti ***in inganno dall'apparenza*** *intuitiva, in contrasto con la* ***razionalità****.*

E l'errore sta nel ragionare come se la ***seconda scelta*** *tra le 2 scatole rimaste in gioco avvenisse in modo* ***indipendente*** *dalla* ***prima scelta****, fatta tra 3 scatole.*
La ***prima scelta*** *invece è* ***determinante*** *per il calcolo delle* ***probabilità*** *anche nella* ***seconda scelta,*** *in una connessione* ***logica tanto rigorosa*** *quanto* ***controintuitiva****.*

Infatti le probabilità di vincere sono ***<u>di più se si cambia</u>*** *la puntata.*

DIMOSTRAZIONI

1 - *Nella puntata iniziale il giocatore aveva* ***1 probabilità su 3*** *di aver indovinato, e* ***2 su 3*** *di aver sbagliato: se aveva indovinato (1 su 3) non gli conviene cambiare, se aveva sbagliato (2 su 3) gli conviene cambiare: perciò* ***gli conviene cambiare.***
E' come se, cambiando la puntata, prendesse tutte e 2 le scatole non puntate all'inizio, la B (vuota tolta dal gioco) e la C, contro la sola A puntata all'inizio.

__2 -__ Il ragionamento si capisce meglio se lo stesso problema viene formulato con più di 3 scatole, ad es. ***con 10 scatole, di cui 1 piena e 9 vuote.*** *Se ne fa puntare una, e, delle 9 rimaste, se ne tolgono dal gioco 8 vuote.*
Restano così in gioco 2 sole scatole, una piena ed una vuota, di cui una è stata puntata all'inizio, con ***1 probabilità su 10*** *di indovinare e* ***9 su 10 di sbagliare.*** *Rimaste in gioco 2 sole scatole, quella piena ed una vuota, cambiando la puntata è come se si prendessero* ***anche le 8 scatole vuote*** *tolte dal gioco, aumentando a 9 su 10 le probabilità di vincere.*

__3 -__ Si può compiere anche ***una verifica empirica*** *facendo il gioco, ad es. 30 volte senza* ***cambiare mai*** *la puntata iniziale, e 30 volte* ***cambiandola sempre*** *Si vedrà che cambiandola* ***sempre*** *si indovinerà circa* ***20 volte, cioè 2/3*** *di tutte le giocate, e non cambiandola* ***mai*** *si indovinerà circa* ***10 volte, cioè 1/3*** *di tutte le giocate.*

E' la cosiddetta ***"Legge empirica del caso" o "Legge dei grandi numeri",*** *per la quale, in un campione reale di eventi, ci si avvicina tanto di più alla probabilità* ***teorica, o classica****, quanto più numerosi sono gli eventi considerati, nel nostro caso le giocate.*
Ad es. facendo ***300 giocate*** *senza* ***cambiare mai*** *la puntata iniziale, le vincite si avvicineranno di più ad* ***1/3 teorico*** *di tutte le giocate-eventi,* ***cioè a 100;*** *invece,* ***cambiando sempre*** *la puntata iniziale, le vincite si avvicineranno di più* ***ai 2/3 teorici*** *di tutte le giocate,* ***cioè a 200.***
Se invece faccio ***solo 3 giocate****, potrei anche vincere 2 volte senza cambiare mai o una sola volta cambiando sempre, in netto contrasto con la probabilità teorica.*

21 -UN ALIENO NEL DESERTO

*La **materia** resta **costante** e quindi **pesa sempre 1 hg**, ma la sua **percentuale** rispetto al nuovo peso totale ridotto è **raddoppiata**, passando **dall'1 per 100** rispetto al peso totale iniziale al **2 per 100** del nuovo peso totale ridotto. Perciò, se **1 hg** era **l'1%** del peso totale iniziale di **100 hg**, e se lo stesso peso di **1 hg** diventa il **2%**, **raddoppiando** il suo valore percentuale rispetto al nuovo peso totale ridotto, significa che il **nuovo peso** totale ridotto si è **dimezzato,** passando da **100 hg a 50 hg,** cioè 5 Kg.*

*In altre parole. L'alieno è formato dal **99 %** di **acqua**, cioè **99 hg** di acqua, e dall' 1% di materia, cioè **1 hg** di materia. Dopo la disidratazione la materia è restata **sempre di 1 hg,** ma rappresenta il **2 per cento** del nuovo peso totale dell'alieno, cioè è **raddoppiata in percentuale** rispetto al nuovo peso totale, senza cambiare il suo **peso che è restato di 1 hg:** perciò il nuovo peso totale dell'alieno si è dimezzato, passando da 10 a 5 Kg. Infatti, **1 hg** è **l'1% di 100 hg**, e il **2% di 50 hg,** nuovo peso totale.*

CON LA PROPORZIONE

*Pongo **x** = nuovo **peso totale ridotto** dopo un'ora.*

1 hg : x = 2 : 100

2 x = 100 per 1

***x** = 100 per 1 diviso 2 = 50*

22 - RAPPORTO TRA DIFFERENZE

*SOLUZIONE I - Rapporto tra **differenza totale** e **unitaria***

*Per ogni damigiana da 7 litri utilizzo 5 litri di una damigiana piccola più 2 litri dei 20 litri in meno presi da 4 damigiane piccole in meno da 5 litri. Cioè, i **2 litri in più** per ciascuna damigiana da 7 litri, li prendo dai **20 litri totali in meno** delle 4 damigiane in meno da 5 litri, per **10 volte**, riempiendo così (**20 litri : 2 litri**) = **10 damigiane da 7 litri.***
In sintesi, con 20 litri di 4 damigiane piccole da 5 litr in meno, aumento di 2 litri 10 damigiane piccole da 5 litri portandole a 7 litri.

*SOLUZIONE 2 - **Multiplo** comune di 5 e 7.*

*La quantità **totale** di vino è un **multiplo comune** di 5 e di 7.*
Se fosse il m. c. m. di 5 e 7, cioè 35, le damigiane sarebbero 7 da 5 litri o 5 da 7 litri, con una differenza di 2 damigiane.
Poiché la differenza tra le damigiane da 5 litri e quelle da 7 litri è doppia, cioè 4, anche la quantità totale di vino sarà un multiplo doppio di 35, cioè 70 litri. Perciò le damigiane saranno 10 da 7 litri o 14 da 5 litri.

SOLUZIONE 3 - Equazione

*Pongo **x** = damigiane da 7 litri*	*Pongo **x** = damigiane da 5 litri*
$7x = 5(x + 4)$	$5x = 7(x - 4)$
$7x = 5x + 20$	$5x = 7x - 28$
$2x = 20$	$2x = 28$
$x = 20 : 2 = 10$ *(damig. da 7 l)*	$x = 28 : 2 = 14$ *(damig. da 5 l)*

23 - RAPPORTO TRA DIFFERENZE IPOTETICHE

SOLUZIONE 1.

Immagino *che sono* ***tutti conigli****: ci sarebbero* ***2 zampe in più*** *(differenza unitaria) per* ***ciascun pollo*** *al cui posto immagino 1 coniglio.*
In tale ***ipotesi*** *tutte le zampe sarebbero 4 x 8 = 32 zampe, con una* ***differenza totale*** *di 32 - 26 =* ***6 zampe*** *in più.*
Ogni ***2 zampe in più*** *corrispondono ad* ***1 pollo*** *al cui posto ho immaginato 1 coniglio.*
*Perciò i polli sono (****6 zampe : 2 zampe****) =* ***3 polli.***
I conigli sono 8 - 3 = 5 conigli.

SOLUZIONE 2.

Immagino *che sono tutti polli: ci sarebbero 2 zampe in meno (differenza unitaria) per ogni coniglio al cui posto ho immaginato 1 pollo.*
In tale ***ipotesi*** *tutte le zampe sarebbero 2 x 8 = 16 zampe, con una differenza totale di 26 - 16 = 10 zampe in meno.*
Ogni ***2 zampe*** *in* ***meno*** *corrispondono a 1 coniglio al cui posto ho immaginato 1 pollo.*
Perciò i conigli sono ***(10 zampe : 2 zampe) = 5 conigli.***
I polli sono 8 - 5 = 3 polli.

24 - IL CAMPO IN EREDITA'

Prodotto tra frazioni

<u>SOLUZIONE 1</u>

*L'intero campo quadrato è formato da **4 quarti.***
*Se ne vendo **1 quarto** ne restano **3 quarti** (Figura 1).*
*Per dividere tra i 4 figli, in parti uguali, i **3 quarti** rimasti, considero che 3 quarti equivalgono a **12 sedicesimi**. Che divisi in 4 parti uguali, fanno **3 sedicesimi** a ciascun figlio. (Figura 2)*

*4/4 - 1/4 = **3/4***

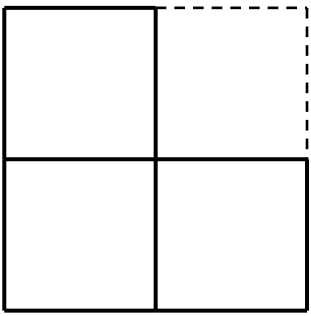


Figura 1

3/4 : 4 = 3/4 x 1/4 = 3/16

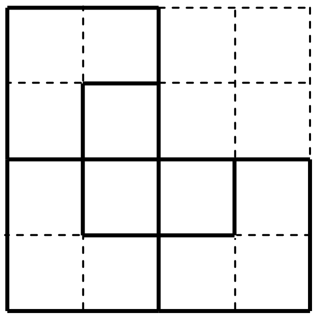


Figura 2

*Si vede chiaramente che il **lato di 1/16** di tutto il campo è uguale a **1/4 del lato** del campo stesso, cioè **5 hm.***

SOLUZIONE 2

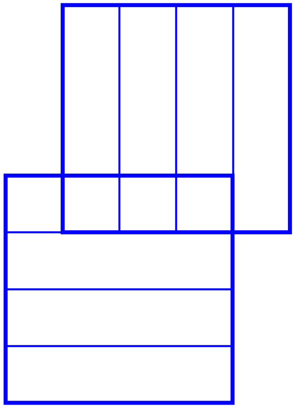
(con il SET LUCIDO DELLE FRAZIONI è molto più facile)

Vendendo 1 quarto del campo, ne restano ***3 quarti.***

Intero campo, cioè ***4/4 – 1/4*** *=* ***3 quarti***

3/4 : 4 = 3/4 x 1/4 *=*

1 quarto di 3 quarti *=* ***3 sedicesimi***



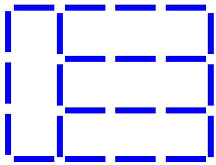
Siccome i figli sono 4, per trovare la parte che spetterà a ciascuno di essi si deve dividere la parte del campo rimasta, cioè ***3 quarti****, in* ***4 parti*** *uguali, trovando* ***1 quarto di 3 quarti*** *che è uguale a* ***3 sedicesimi****.*

3/4 : 4 = 3/4 x 1/4 =

1 quarto di 3 quarti = 3 sedicesimi

25 - SCATOLA A 4 SCOMPARTI

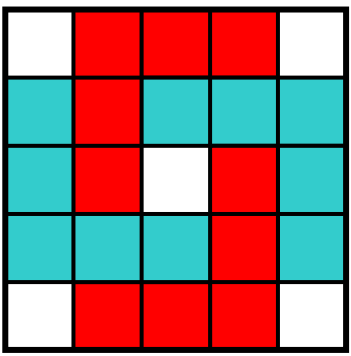
Si capisce meglio costruendo la scatola con ***stecchini*** *uguali ai* ***latini*** *corti.*



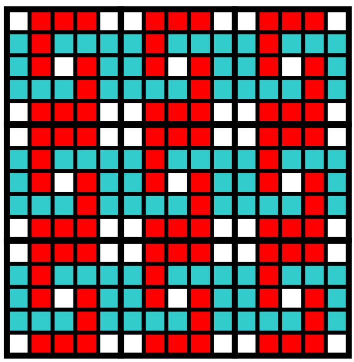
Il lato lungo di uno scomparto è uguale a 3 latini corti di uno scomparto stesso, e all'altezza della scatola, la cui base è uguale a 4 latini corti ed il cui perimetro a 4 + 3 + 4 + 3 = 14 latini corti di uno scomparto. Perciò faccio
70 cm : 14 = 5 cm (latino corto);
5 cm x 3 = 15 cm (altezza scatola);
5 cm x 4 = 20 cm (base scatola);
cm. quadrati 20 x 15 = 300 cm. q. (area).

26 - INSERIRE

Si possono inserire ***4 strutture*** *a squadra in* ***posizione simmetrica.***
(Animazione al computer nel file GEOMETRIA COSTRUTTIVA)

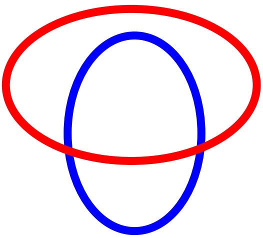


Mattonella

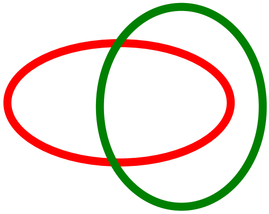


Pavimento

*Si preparano 3 strisciolina di carta di 3 colori diversi. Se ne prendono 2 e si formano 2 anelli chiusi, ad es. un anello **rosso** e un anello **blu**, e si mette il **blu dentro** il **rosso** (fig. 1)*



__blu__ dentro __rosso__ (Fig. 1)

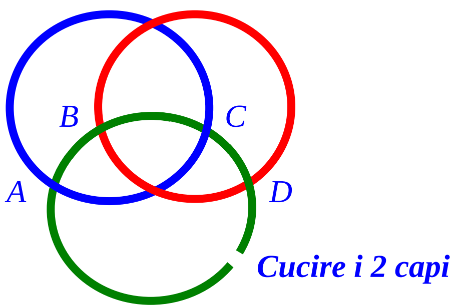


__verde__ fuori del __rosso__ ma dentro il __blu__ (Fig. 2)

*Poi si prende una terza strisciolina **verde** aperta: si fa passare dentro l'anello **blu** e fuori dell'anello **rosso**, (fig. 2: manca il blu che va immaginato), e poi si cuce, formando così un terzo anello **verde.***

*In tal modo l'anello **blu** sta **dentro** l'anello **rosso** che sta **dentro** l'anello **verde** che sta **dentro** l'anello **blu.** Si possono anche usare 3 elastichette, 2 intere, (rosso e blu), e la terza tagliata (verde).*

*Oppure si mette l'anello **rosso sopra** il **blu,** entrambi già chiusi. Poi si prende un capo della strisciolina **verde** e lo si infila prima **sotto** l'anello **blu**,(A) (partendo da sinistra), poi **sopra** l'anello rosso,(B), poi di nuovo **sotto** il **blu**, (C), ed infine **sopra** il **rosso**, (D), (o viceversa, partendo da destra). Poi si cuce con l'altro capo chiudendo anche l'anello **verde** che viene così a trovarsi **sotto** l'anello **blu** e **sopra** l'anello **rosso.***



<u>RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI</u>

Italo Ghersi, "*Matematica dilettevole e curiosa*", Hoepli '78
(Opera classica sui giochi matematici: prima edizione 1913)

Robert Ghattas, "*Insalate di matematica*", Sironi
Ennio Peres, "*Giochi matematici*", Editori Riuniti
N. Willis-M. Edmiston, "*Giochi di logica*", Panorama
B. D'Amore (a cura), "*Matematica: gioco e apprendimento*", Apeiron '90
B. D'Amore (a cura), "*Gioco e matematica",* Cappelli '86
B. D'Amore "*Giocare con la matematica",* Gedit-Archetipolibri 2009
Glenn e Jonson, "*Divertimenti matematici*", Zanichelli '65
Paolo toni, "*Disfide matematiche a scuola*", Muzzio '85
Paolo Toni, "*Scintille matematiche",* Muzzio '93
G. Peano, "*Giochi di matematica e problemi interessanti*", Sansoni '83
B.A. Kordemsky, "*Giochi matematici russi*", Sansoni '82
Malba Tahan, "*L'uomo che sapeva contare*", Salani '97
Hans M. Enzensberger, "*Il mago dei numeri*", Einaudi '97
Anna Cerasoli, "*La sorpresa dei numeri*", Sperling e Kupfer, 2003
Alcuino di York, "*Giochi matematici alla corte di Carlomagno*", ETS '05

Edward De Bono, "*Il pensiero laterale*", BUR
P. Sloane, "*Enigmi del pensiero laterale*", BUR
Fabio Ciuffoli, *"Problem solving con creatività",* Franco Angeli
M.P.Palmarini, "*L'illusione di sapere*", Mondatori
D.Corno -G. Pozzo, "*Mente, linguaggio, apprendimento*", La Nuova Italia
M. Castoldi, "*Insegnamento muro e ponte*", L'Educatore, n°1, '08/'09