

**Continuità e discontinuità nell'insegnamento della matematica
nella fascia di età 6 -13**

Stefania Cotoneschi – Scuola-Città Pestalozzi - Firenze

1. Presentazione del contesto di lavoro

Il contesto di lavoro a cui si riferisce la presente comunicazione è quello di Scuola Città Pestalozzi a Firenze. Si tratta di una scuola sperimentale di innovazione didattica fin dalla sua fondazione nel 1945, per opera di Ernesto Codignola. Oggi si configura come una comunità educativa di apprendimento, che coinvolge tutto il personale, docente e non docente, gli alunni e i genitori nella gestione e nella responsabilità a vari livelli. L'ottica è quella di una scuola laboratorio dove si cerca di valorizzare le competenze di ciascuno, di responsabilizzare e coinvolgere al massimo adulti e ragazzi, mettendo in pratica, dopo aver scelto gli strumenti adatti, i percorsi di apprendimento individuati attraverso una progettazione condivisa.

Attualmente ha avuto il riconoscimento di scuola laboratorio dal Ministero della Pubblica Istruzione che con apposito decreto l'autorizza a svolgere la sperimentazione del progetto presentato, il cui oggetto sono i processi di insegnamento e di apprendimento e che si realizza come ricerca azione. I docenti, professionisti riflessivi, elaborano sistematicamente la propria esperienza affrontando problemi, avanzando ipotesi di soluzione, producendo nuove conoscenze e comportamenti.

Si tratta di un osservatorio privilegiato perché la scuola accoglie alunni da sei a quattordici anni fino dalla sua fondazione (potrebbe essere pensata come il primo Istituto comprensivo), da molti anni ha messo in atto una tipologia di cooperazione e di lavoro in equipe fra gli insegnanti: è forte quindi l'abitudine allo scambio di idee e di risorse. La cooperazione tra colleghi si esercita soprattutto per mettere in evidenza questioni di metodo e di approccio alle discipline; vengono focalizzate le necessarie discontinuità in relazione alle specifiche modalità di apprendimento nelle diverse fasce di età e rispetto a diversi bisogni formativi.

È di fondamentale importanza anche l'impostazione unitaria della scuola, dal punto di vista delle scelte educative (ad esempio riconoscere l'importanza delle competenze trasversali a fianco di quelle disciplinari). Quando gli adulti concordano gli atteggiamenti da tenere verso i ragazzi e le regole delle quali richiedere il rispetto, mettono in comunicazione le loro idee educative, le loro convinzioni, e i loro personali punti di vista in campo sociale.

Da molti anni in entrambi gli ordini di scuola è fortemente sentita la corresponsabilità e la condivisione tra colleghi che lavorano con lo stesso gruppo di alunni.

Siamo abituati anche ad osservarci vicendevolmente e questo consente di mettere a fuoco particolari aspetti dei nostri stili e delle nostre differenze. Abbiamo anche molti tirocinanti sia di scienze della formazione che della SSIS e questo ci consente di ripensare e continuamente rinnovare il nostro insegnamento. Nella Comunità ognuno ha il suo ruolo.

L'insegnante facilita la costruzione delle conoscenze, svolge opera di mediazione rispetto ai saperi disciplinari, facilita le relazioni del gruppo, si relaziona con gli altri insegnanti per la gestione della classe e per il collegamento fra le discipline, sollecita la trasversalità partecipa alla vita comunitaria, mette in gioco la sua dimensione affettiva, sociale, cognitiva, etica, estetica, ascolta.

È particolarmente importante che anche alla scuola secondaria di primo grado ci sia la disponibilità all'ascolto degli alunni da parte degli insegnanti: le esperienze fatte, e non solo a scuola, sono fondamentali perché la costruzione delle nuove conoscenze venga ancorata ad una struttura di pensiero.

È importante l'ascolto per capire i bisogni, soprattutto nella fase del cambiamento; spesso nella scuola secondaria di primo grado gli alunni attraversano un momento in cui è forte il desiderio di invisibilità, è difficile allora coinvolgerli nelle discussioni, c'è forte la paura del giudizio dei pari, talvolta persino più forte di quella dell'insuccesso con l'insegnante.

L'alunno è portatore di esperienze e conoscenze pregresse, mette in gioco la propria dimensione affettiva, sociale, cognitiva, etica, estetica, partecipa alla elaborazione dei progetti è protagonista del proprio apprendimento, esprime i suoi bisogni nel cambiamento legato alla sua crescita (discontinuità e continuità), interagisce con i compagni, insegnanti, altri adulti.

La collaborazione si impara mettendola in pratica, e questo vale per tutti, adulti e bambini.

Infatti anche gli adulti imparano quando condividono questioni organizzative delle classi, questioni che naturalmente interagiscono sulla vita comunitaria costruendo passo dopo passo una sorta di "curricolo implicito" che potrebbe essere delineato come l'insieme delle competenze dell'insegnante per reagire a certi comportamenti, facilitarne altri, per scegliere strade di compensazione quando il problema non si può risolvere direttamente, per tenere sotto costante controllo il fatto che la convivenza in gruppo non induca alla deresponsabilizzazione individuale.

Il curricolo implicito costituisce un nodo particolarmente delicato per la comunità di adulti in particolare quando il gruppo cambia per nuovi inserimenti, ma anche quando, come avviene nella scuola secondaria di primo grado, il team per ogni classe si allarga e le aggregazioni fanno sì che alcuni degli adulti lavorino in classi diverse, con routine diverse, spesso determinate dalla pratica.

2. Questioni di approccio e di metodo

Idee guida per scegliere una impostazione metodologica, è la complessità della realtà e la convinzione che è necessario lavorare con approccio laboratoriale. Per laboratorio intendiamo soprattutto la situazione didattica in cui l'alunno è attivo, discute e argomenta le proprie scelte, costruisce significati, progetta e sperimenta, impara a raccogliere dati e a confrontarli con i modelli ipotizzati, ed anche il momento in cui utilizza strumenti adeguati (uso di oggetti materiali, software...), per rafforzare la propria attività di pensiero. In questo senso generale, il laboratorio è una modalità fondamentale dell'apprendimento della Matematica.

È certamente di grande importanza l'interazione tra pari in momenti di discussione o di lavoro cooperativo; sarebbe da approfondire l'aspetto fra interazione sociale ed apprendimento individuale nelle diverse età. Siamo consapevoli che la situazione cambia in relazione all'età e allo sviluppo cognitivo. Nella scuola secondaria abbiamo l'impressione che l'apprendimento avvenga anche con la riflessione individuale in momenti successivi rispetto alla diretta esperienza didattica.

Una nostra ipotesi è che, la maturazione delle capacità matematiche e non solo, dipendano molto dallo sviluppo del linguaggio verbale in contesti di modellizzazione del reale e dalla comprensione di fatti della realtà, piuttosto che dalla elencazione di elementi teorici con successive applicazioni attraverso esercizi. Occorre quindi creare situazioni complesse, contesti di apprendimento con molte possibilità di interpretazioni: estetica, logica, matematica, creativa, ..., aperti alla variabilità e alla scoperta.

Le discipline assumono il senso di offrire strumenti per l'interpretazione della realtà complessa. In questa ottica, se c'è da affrontare un problema e rispondere a vere domande, ognuno è anche più disposto ad imparare anche tecniche che richiedono fatica e dispendio di energie.

La scelta delle situazioni più adatte per l'apprendimento è una questione delicata...è molto di aiuto avere un "pozzo" a cui attingere...A scuola nostra lo chiamiamo il *pozzo delle attività*: quando troviamo una attività che funziona, cerchiamo di documentarla al meglio, perchè diventi una risorsa per il futuro. Riteniamo questa consuetudine una buona pratica che favorisce la costruzione del curricolo di una scuola, naturalmente anche la documentazione è parte della professionalità docente ma richiede competenze specifiche per niente scontate.

Le situazioni didattiche complesse che si offrono devono avere caratteristiche che consentano di:

- dare campo alla fantasia e alla rielaborazione personale,

- ricercare regolarità,
- avere il gusto per la scoperta,
- saper osservare,
- imparare a prevedere,
- fare ipotesi,
- sapersi porre problemi,
- argomentare,
- acquisire competenze di base per le discipline, ma anche trasversali,
- porsi in modo scientifico di fronte alla realtà.

Viene da chiedersi cosa possa significare alle diverse età “porsi in modo scientifico di fronte alla realtà”, proviamo a fare qualche esempio:

a sei anni potrebbe voler dire fare domande, essere curiosi sui perché, vedere le differenze tra oggetti...; a otto anni invece può significare avere delle conoscenze, saperle comunicare, sapere che se ne possono reperire di nuove, distinguere la realtà dall’immaginario; a undici anni si richiede invece di formulare ipotesi, confrontare, verificare, condividere le esperienze sul campo, accrescere le informazioni, riconoscere problemi, cercare strategie per risolverli; infine a quattordici anni la richiesta è ancora più alta: formalizzare le scoperte e le conoscenze acquisite prima in un codice individuale e poi collettivo, documentare il lavoro collettivo, con linguaggio chiaro, sintetico, e sempre più appropriato.

A proposito delle competenze trasversali, ossia quelle che negli ultimi documenti del Ministero sono state chiamate competenze per la cittadinanza, pensiamo che sia sempre indispensabile un processo di “va e vieni” tra queste e le competenze disciplinari, le une favoriscono le altre e viceversa. Questo tipo di processo deve essere piano piano, considerato anche dai ragazzi se vogliamo che le competenze disciplinari siano veramente tali, ossia possano essere reimpiegate in contesti diversi e utilizzate per risolvere problemi in ambiti e contesti diversificati.

3. Continuità tra scuola primaria e secondaria di 1° grado

Data la nostra specifica organizzazione scolastica, di accoglienza dalla prima elementare alla terza media, ci siamo spesso trovati a riflettere più sulla discontinuità che sulla continuità. Le compresenze in quinta, tra maestri e docenti della secondaria, sono una buona base per il passaggio di competenze, metodologia e organizzazione. Il guadagno formativo dal punto di vista professionale è indubbiamente alto: si veicolano competenze psicopedagogiche e metodologiche soprattutto nella direzione docenti di scuola primaria - docenti di scuola secondaria, infatti la specifica formazione degli uni e degli altri è tale da favorire uno scambio in tal senso. D’altra parte le competenze disciplinari degli insegnanti elementari si sono arricchite di conoscenze specifiche anche per il lavoro di autoformazione che è stato fatto a livello di area, nei laboratori adulti dedicati appunto alla costruzione del curricolo nelle diverse discipline.

Il guadagno formativo dal punto di vista professionale è indubbiamente alto, ma è assai importante anche per gli alunni avere l’opportunità di un passaggio morbido al ritmo e all’impostazione disciplinare della scuola secondaria. I ragazzi si abituano gradatamente ad un linguaggio che cresce in specificità – riconoscono nel “prof” l’esperto disciplinare e questo è uno stimolo a crescere nella disciplina; peraltro è anche utile per loro avere la possibilità di sentir più voci sulla stessa disciplina: talvolta questo può anche cambiare il loro atteggiamento: la relazione che si instaura con l’insegnante influisce molto nella relazione che si forma tra lo studente e la disciplina.

Gli insegnanti, dal canto loro, hanno modo di conoscere lo stile di apprendimento dei singoli alunni che accompagneranno negli anni a venire e possono continuare ad osservarne l’evoluzione nel seguito, per identificare quali conoscenze restano forti e trasferibili tanto da farle ritenere competenze destinate a consolidarsi in futuro.

4 . Continuità e verticalità nel metodo - Area matematico scientifica tecnica

Spesso si parla di verticalità quando si considerano gli obiettivi di apprendimento e si ritiene opportuno giustamente che ci sia attenzione al loro sviluppo considerando che il processo di apprendimento di concetti matematici è lungo e progressivo. In tale processo i concetti, le abilità, le competenze e gli atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese. Proprio per quanto detto sopra è importante anche considerare la necessaria continuità e verticalità nel metodo, intendendo con ciò che ci deve essere un graduale adeguamento delle modalità di insegnamento allo sviluppo cognitivo degli alunni. Riteniamo che alcuni aspetti possano essere considerati di continuità nell'area matematico scientifico tecnica: fornire situazioni problematiche, partire dalle conoscenze degli alunni, stimolare la formulazione di ipotesi, il confronto, la verifica, condividere le esperienze sul campo. E' importante inoltre utilizzare la discussione come strategia di lavoro anche al fine di socializzare le esperienze, formalizzare le scoperte e le conoscenze che gli alunni hanno acquisito, prima in un codice individuale e poi, collettivo. E' bene dare l'opportunità di documentare il lavoro collettivo, con linguaggio chiaro, sintetico, e sempre più appropriato e come in tutti i settori, è fondamentale avviare verso la capacità di valutare il proprio percorso di apprendimento e quello collettivo, imparando dagli errori ed evidenziando le difficoltà. L'insegnante ha inoltre il compito di lasciare gli argomenti affrontati aperti verso ulteriori sviluppi e approfondimenti.

5. Necessarie discontinuità

Nella nostra esperienza pluriennale di lavoro con alunni di scuola primaria e di scuola secondaria, col tempo si sono sempre più delineati molti aspetti di discontinuità necessari perché negli alunni ci sia la crescita aspettata, nell'età di passaggio tra infanzia e adolescenza

Per semplicità di esposizione e per ordinare le idee distinguiamo diversi aspetti, fra i quali non è assolutamente da intendere alcuna priorità.

Atteggiamenti degli insegnanti

Nella scuola primaria "ci poniamo" con i bambini in una modalità a tutto campo; c'è da impostare tutto – come si sta in classe, come ci si esprime, come si fanno le richieste, come si vuole che vengano svolti i compiti. Con gli alunni tutto viene esplicitato nei minimi particolari e spesso controllato passo per passo. Si offre una forte disponibilità all'aiuto nell'esecuzione del lavoro ed è possibile un controllo continuo. La chiarezza espositiva nelle lezioni frontali è fortemente ricercata, spesso accompagnata da una forte gestualità e da rappresentazioni grafiche o immagini e dall'uso di materiali concreti da manipolare. Il passaggio della comunicazione viene controllato spesso. Anche le richieste che si fanno, spesso sono esemplificate. Le richieste dell'insegnante sono di solito ascoltate per il semplice fatto che vengono fatte, la motivazione è spesso insita nel lavoro stesso.

Nella scuola secondaria si presuppone che alcune modalità di stare a scuola siano acquisite (la famosa scolarizzazione), molte delle richieste che si fanno non sono più così esplicite, l'uso dei materiali, almeno che non si tratti di materiali insoliti, è dato per scontato, si richiede una maggiore autonomia nel lavoro e non è più possibile il controllo continuo del lavoro perché spesso i tempi non lo consentono, si produce molto di più, e più in fretta. Il linguaggio che viene usato è più accurato nelle specificità della disciplina, ma non sempre ci accertiamo che la comunicazione sia efficace. Le richieste dell'insegnante spesso non sono considerate giustificate dai ragazzi e questo fa sì che manchi la motivazione a svolgere quel lavoro che l'insegnante si aspetta.

Attività didattiche – Il ritmo di lavoro della scuola media, con l'orario abbastanza rigido e con l'alternanza delle discipline così scandita rende difficile in certi momenti avere la necessaria libertà di porre questioni da discutere, lavori pratici da svolgere, temi da approfondire. Spesso accade che quello che si sta facendo debba essere interrotto e quando viene ripreso non è possibile recuperare il clima che abbiamo lasciato la volta precedente. Si ha spesso l'impressione di dover programmare

l'attività senza poter gestire l'imprevisto (interesse, domanda, suggerimento, recupero di esperienze extrascolastiche). D'altra parte i ragazzi in generale sono molto più svelti ad eseguire i lavori anche se succede che mostrino fatica e demotivazione.

È molto difficile motivare i ragazzi, almeno per la matematica. O forse è difficile che la motivazione duri per il tempo necessario, spesso c'è interesse per un argomento ma manca la capacità di approfondire, si rimane inevitabilmente in superficie: viene fatta una domanda e non si ascoltano le risposte dei compagni o dell'insegnante - ancor peggio se si devono cercare le risposte in documenti, libri etc.

Purtroppo spesso si producono buoni elaborati solo se è stato esplicitato che ci sarà una valutazione, altrimenti facilmente si lavora con trascuratezza. Una maggiore attenzione nell'elaborato si ottiene se il prodotto è realmente da presentare, mostre, spettacoli etc.

Nella fascia di età della secondaria, c'è spesso una manifesta voglia di trascuratezza nel mantenimento dei propri materiali e nel loro uso; spesso c'è un atteggiamento provocatorio che sembra gridare: è roba mia ne faccio quello che voglio!

Modalità di apprendimento e relazionalità - Nel gruppo degli adolescenti cresce il desiderio di omologazione al gruppo, non ci si vuole più esporre in prima persona, si ha molta paura del giudizio dei compagni. Questo porta ad una difficoltà crescente di fare discussioni sia su temi disciplinari e ancor di più su temi che coinvolgono la sfera sentimentale o emotiva. La modalità di apprendimento che si avvale della discussione tra pari va decisamente ridimensionata: negli adolescenti cresce il desiderio di misurarsi con le proprie capacità, si vuol vedere cosa si è capaci di fare, ma spesso non si accettano le sconfitte... da parte di qualcuno emergono punte di polemica almeno in quelle situazioni dove è possibile affermare visioni personali. Da parte di altri c'è invece anche il desiderio di confronto e in questa fase possono venir fuori discussioni interessanti. C'è molta più capacità critica sia verso se stessi che verso i compagni e questo porta a maggiori capacità di autovalutazione e eterovalutazione. Ne consegue spesso che venga influenzato il lavoro cooperativo: si cerca di ottenere il massimo col minimo sforzo, ossia nel gruppo ad ognuno viene richiesto ciò che sa fare meglio perchè il gruppo stesso produca di più. Ci sono però anche evidenti momenti in cui le competenze dei compagni vengono sfruttate per cercare di rispondere a dubbi o colmare lacune di apprendimento. Solo da parte di alcuni c'è consapevolezza di cosa si riesce a fare e di cosa si è imparato. Emerge molto forte il desiderio di attenzione come persone e il desiderio di rispetto. Inoltre dagli atteggiamenti e dalle parole degli alunni, si rileva il bisogno che gli insegnanti non confondano il piano della valutazione disciplinare con quello della considerazione di loro come persone.

L'azione didattica - Deve variare soprattutto nella mediazione dell'insegnante rispetto ai contenuti disciplinari, nella organizzazione dei materiali, nel linguaggio usato per le proposte di lavoro, nella richiesta di autonomia, nella interazione fra pari.

Continuando in questa analisi delle differenze e delle inevitabili e anche produttive discontinuità, proviamo a evidenziare qualcosa che riguarda direttamente l'insegnamento della matematica.

Nella scuola primaria il lavoro scolastico si articola in aree disciplinari: è possibile affrontare vari aspetti di un problema vero e inserirci obiettivi disciplinari.

Più difficile nella scuola secondaria: la specificità degli obiettivi spesso non va d'accordo con i problemi veri, talvolta perché la matematica necessaria sarebbe di livello troppo specifico e approfondito, a volte perché non si riesce a toccare gli argomenti richiesti e raggiungere gli obiettivi in tempi ragionevolmente brevi. In questo segmento di percorso, è fondamentale la possibilità di progettare lavori che siano trasversali a più discipline. Nella nostra scuola, ad esempio, abbiamo fatto molte esperienze di attività legate all'educazione ambientale, crediamo che queste si prestino molto bene ad uno sfoglio disciplinare: ossia leggere la realtà utilizzando le lenti delle diverse discipline attraverso linguaggi e strumenti specifici.

Abbiamo messo in evidenza forti criticità relative alla fascia di età dei 10-13 anni e ci rammarichiamo che pur nella consapevolezza dell'importanza di questi problemi, nella società e

nella ricerca, sia così scarsa l'attenzione verso l'ordine di scuola che accoglie appunto questi adolescenti.

Nella nostra esperienza gli insegnanti della scuola secondaria di primo grado, avendo la possibilità di lavorare con gli alunni della quinta classe di scuola primaria spesso si meravigliano delle loro capacità. Infatti molti argomenti possono essere affrontati in quinta anche in profondità, c'è forte disponibilità da parte degli alunni e il sentire che stanno prendendo contatto col mondo dei più grandi li mette in una posizione di forte motivazione.

Una domanda si presenta con insistenza: Come fare perché nel passaggio alla scuola secondaria non ci sia regressione negli alunni? O almeno, come fare perché se c'è regressione questo sia un fatto, transitorio che porti a superare presto il momento e procedere nel percorso di apprendimento? Due nodi credo siano cruciali per rispondere a tali domande: la possibilità di creare curiosità verso i saperi disciplinari che si vanno sempre più delineando e l'attenzione allo sviluppo della fiducia in sé. Siamo di fronte ad un problema didattico evidente: come si possono coniugare le belle attività ed i problemi dei contesti reali e complessi con i contenuti disciplinari in senso stretto? Forse si possono trovare risposte nelle attività di tipo trasversale: si tratta del problema molto dibattuto dell'integrazione dei saperi.

Frequentemente nel campo matematico scientifico si segue il percorso: prima la teoria poi, *quando si può*, la pratica. In questo modo il fattore "gioco", il gusto della scoperta, vengono quasi del tutto eliminati, forse perché non se ne comprende l'importanza.

Questa è troppo spesso considerata l'unica via possibile per apprendere, si possono invece individuare contesti di apprendimento validi e stimolanti che siano adatti a sviluppare attività di laboratorio.

6. Continuità tra scuola primaria e secondaria di 1° grado: qualche esempio di attività

Vogliamo dare qualche esempio di attività realizzate tra la quinta classe della scuola primaria e la prima classe della scuola secondaria. Ci sembra che possano essere un buon esempio anche della gradualità degli obiettivi in relazione allo sviluppo cognitivo degli allievi, e della necessità di una impostazione metodologica coerente e graduata.

Questa attività, che chiamiamo "Geometria, arte e falegnameria", nasce dall'esigenza di sviluppare un importante tema di geometria come quello della simmetria all'interno di un contesto motivante e stimolante per i bambini. La simmetria è un concetto complesso che per essere interiorizzato necessita di aver effettuato molte esperienze a livello corporeo e manipolativo, a livello di osservazione e a livello di riflessione.

Nel percorso degli otto anni il concetto di trasformazione geometrica viene ripreso più volte in fasce di età diversa, vengono fatte alcune attività nel primo biennio: in particolare si usa la carta piegata per realizzare alcune figure di origami e viene messa l'attenzione sul "piegare a metà"; nel secondo biennio ancora con la carta piegata si fanno osservazioni sulle figure geometriche comuni quali il triangolo, il rettangolo, il quadrato, il rombo e dopo la costruzione si iniziano a classificare le figure in base ai loro assi di simmetria, nel terzo biennio (quinta o prima media) partendo dall'uso esplorativo degli specchi si approfondisce l'argomento che verrà poi ripreso in seguito con la rappresentazione nel piano cartesiano.

Sulla valenza educativa delle trasformazioni geometriche già i programmi del 1979 esprimevano chiaramente l'importanza di *"una presentazione non statica delle figure, che ne renda evidenti le proprietà nell'atto del loro modificarsi; sarà anche opportuno utilizzare materiale...La geometria...dovrà altresì educare alla visione spaziale. E' in questa concezione dinamica che va inteso anche il tema delle trasformazioni geometriche. Va sconsigliata l'insistenza su aspetti puramente meccanici e mnemonici, e quindi di scarso valore formativo"*.

Per questo motivo ci sembra importante che nel terzo biennio (quinta classe primaria, prima classe secondaria di primo grado), venga data agli alunni l'opportunità di realizzare un progetto che possa

svilupparsi attraverso linguaggi di più discipline: di solito oltre alla Matematica vengono coinvolte Arte, Educazione motoria ed il laboratorio di costruzioni in falegnameria.

Le esperienze che via via si fanno devono avere anche una motivazione forte per i bambini, così proponiamo la realizzazione di un artefatto per il quale lo studio delle simmetrie sia fondamentale. Nel tempo col ripetersi di questa esperienza sono stati realizzati oggetti decorativi in legno e decorazioni murali che avessero come base di partenza un'opera d'arte.

Imparare come si realizzano disegni simmetrici, e come questi possono essere utilizzati in modo modulare a scopo decorativo diventa molto importante se vogliamo realizzare il nostro progetto.

Gli obiettivi specifici di matematica in questo lavoro sono:

- Costruire e disegnare con strumenti vari le principali figure geometriche
- Individuare simmetrie in oggetti e figure date; realizzarle e rappresentarle col disegno
- Risolvere problemi usando proprietà geometriche delle figure anche ricorrendo a modelli materiali e a opportuni strumenti
- determinare misure di grandezze geometriche
- utilizzare le trasformazioni geometriche per operare su figure
- usare la visualizzazione, il ragionamento spaziale e la modellizzazione geometrica per risolvere problemi.

Oltre a questi ci sono molti obiettivi trasversali legati alla osservazione, alla progettazione, alla operatività, alla capacità di porre in relazione.

In questo caso c'è stata la rielaborazione attraverso le simmetrie di un'opera d'arte: "Il violinista di Chagal". La scelta di questo quadro è stata motivata dal fatto che provando, noi adulti, a farci scorrere sopra una coppia di specchi ortogonali fra loro e al piano del quadro, abbiamo riscontrato quanto fosse adatto ad una resa di qualità. Prima di tutto, come spesso avviene all'inizio di un lavoro, abbiamo chiesto ai bambini cosa sapevano sulle simmetrie e in tal modo abbiamo recuperato molte delle loro esperienze degli anni precedenti. Siamo quindi passati all'attività con gli specchi.

Si dà uno specchio ad ogni coppia di bambini e con lo specchio una fotocopia con una immagine geometrica (una casetta su foglio quadrettato) e una immagine con linee curve (un vichingo con un tavolo e un bambino vicini). Sono liberi di fare tutte le osservazioni che vogliono, sia utilizzando la fotocopia sia utilizzando lo specchio come vogliono. [Fig.1]

Ogni coppia scrive ciò che osserva (circa 1/4 d'ora di esperimenti, 1/4 d'ora per scrivere le osservazioni. Riflettiamo sulla difficoltà che si incontra nello spiegare ad altri attraverso il linguaggio verbale ciò che si osserva. Si è costretti ad usare e a chiarire i significati di verticale, orizzontale perpendicolare obliquo, diagonale, spesso e' necessario usare la gestualità.

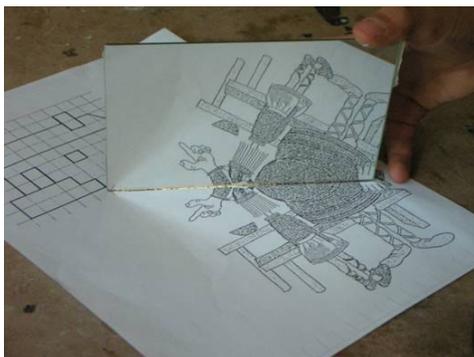


Fig.1

Siamo passati poi ad una attività individuale con uno specchio per ciascuno:

- Viene data una scheda con disegnati alcuni quadrilateri, con i le seguenti consegne:
 - 1) Posiziona lo specchio a) su un lato della figura; b) vicino alla figura
 - 2) traccia la linea di appoggio dello specchio
 - 3) disegna sul foglio la figura che vedi nello specchio.
- Guardando nello specchio, scrivi il tuo nome
- Scrivi una parola in modo che si legga nello specchio

Abbiamo anche usato un gioco costruito da noi: si tratta di una scatola con due buchi laterali, nella parte superiore la scatola è aperta per metà e porta sull'interno di una faccia verticale uno specchio. Sulla base dentro la scatola si posiziona un percorso che si deve seguire solo guardando nello specchio (i buchi servono per inserire dentro la mano con un pennarello). Lo scopo è arrivare all'obiettivo da raggiungere senza guardare direttamente il percorso, ma solo lo specchio.

A turno tutti i bambini hanno provato e si sono resi conto di quanto sia difficile guidare la mano guardando solo nello specchio.

- Viene quindi proposto un gioco da fare a coppie alla lavagna

2 giocatori: A e B

Si disegna un asse verticale (a) in mezzo alla lavagna

Si parte dall'asse e si deve finire sull'asse con 10 mosse ciascuno.

Muove per primo il bambino A. Disegna un segmento.

B deve disegnarne il simmetrico rispetto ad (a) ed un altro segmento (che è la sua mossa).

A deve disegnarne il simmetrico rispetto ad (a) ed un altro segmento (che è la sua seconda mossa).

Si continua fino a chiudere la figura. [Fig.2]

Si ripete il gioco con un asse orizzontale. Si ripete il gioco con un asse obliquo

L'attività è proseguita con:

- la scrittura delle "regole della simmetria" verticale.

Quando l'asse è verticale

1) Se A parte dall'asse e va a sinistra, B parte dall'asse e va a destra.

2) Se A va in diagonale verso sinistra in basso, B va in diagonale verso destra in basso.

3) Se ci si muove in verticale, A e B fanno la stessa cosa.

4) Se A va in orizzontale verso destra, B va in orizzontale verso sinistra.

5) Se A va in diagonale verso destra in basso, B va in diagonale verso sinistra in basso.

6) Se A va in diagonale verso destra in alto, B va in diagonale verso sinistra in alto.

7) Le linee che si fanno devono avere la stessa lunghezza, sia dalla parte di A sia di B.

- Stesura delle stesse se l'asse è orizzontale.

- Discussione su come si possono trasformare le regole per l'asse di simmetria obliquo.

- Si dà una scheda con le lettere dell'alfabeto e si chiede di individuare le lettere che hanno simmetria orizzontale e/o verticale, di riconoscere usando lo specchio se una lettera è simmetrica, di formare insieme con le lettere e rappresentare graficamente la classificazione effettuata.

Dopo aver osservato bene lo schema si richiede di scrivere:

a. Le lettere senza nessuna asse di simmetria.

b. Le lettere col solo asse di simmetria verticale.

c. Le lettere con asse di simmetria verticale.

d. Le lettere col solo asse di simmetria orizzontale.

e. Le lettere con asse di simmetria orizzontale.

f. Le lettere con asse di simmetria orizzontale e verticale.

Arriva il momento di lavorare con due specchi per comporre due simmetrie. [Fig.3]

Vengono dati 2 specchi. Possono lavorare a coppie. Le osservazioni sono libere. 10 minuti circa per fare le osservazioni e circa $\frac{1}{4}$ d'ora per scrivere le osservazioni. Si leggono le osservazioni scritte da ciascuna coppia e si discute. In particolare ci interessa capire cosa succede se varia l'angolo fra i due specchi, facciamo delle prove utilizzando piccoli oggetti con e senza verso da inserire sul piano del foglio e se ne osservano le immagini riflesse.

Diamo a questo punto una guida di legno con angolo di 90° e continuiamo l'osservazione.

Si ripete il gioco dello specchio alla lavagna con due assi di simmetria perpendicolari.

Sono necessari quattro giocatori per portare a termine il disegno.

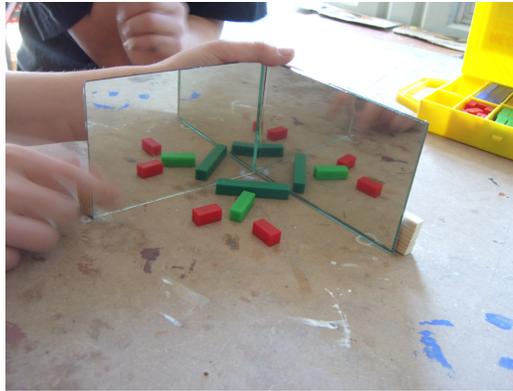
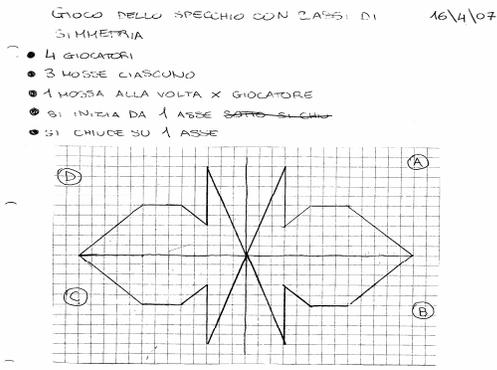


Fig.2

Fig.3

Siamo finalmente a poter lavorare sul quadro di Chagal [Fig. 4]



Fig.4

Si mostra, si osserva e poi si fornisce una fotocopia e due specchi fissati a 90° su una guida. Ogni alunno fa scorrere i suoi specchi sul quadro alla ricerca di una “bella immagine” guardando nei due specchi ortogonali: ossia l’immagine che vogliamo riprodurre deve essere formata da quattro moduli che si ribaltano ed ogni modulo deve essere una porzione dell’opera di Chagal.

Sulla fotocopia ricevuta (sono state ricalcate solo le linee del quadro) ognuno segna il suo modulo e ritaglia il pezzo. Poi la rielaborazione dell’immagine per trarne un lavoro in legno...il problema al quale ci troviamo davanti è come si può riprodurre quello che si vede con gli specchi? Usiamo la carta carbone e dopo un pochino di esplorazione per vedere come funziona si capisce come dobbiamo fare. [Fig.5]



Fig. 5

Una volta preparata la figura da realizzare abbiamo iniziato un ragionamento su come fare a dare una certa profondità o rilievo al nostro artefatto e abbiamo deciso che ogni bambino doveva determinare due o più spessori da realizzare con i pezzetti di compensato ritagliati. Ciascuno con il colore ha progettato i suoi spessori e poi siamo andati in falegnameria.

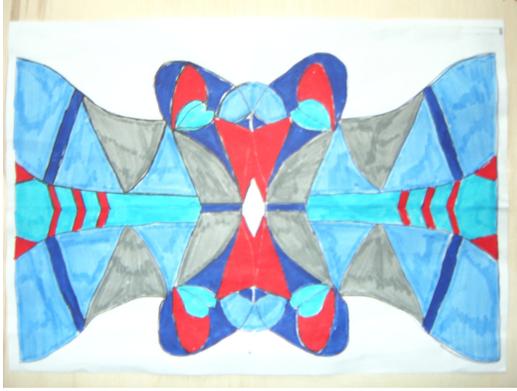


Fig.6



Fig.7

Usando ancora la carta carbone, ma questa volta solo per ricalcare i pezzi sul compensato, sono stati preparati i pezzi da tagliare e poi si è proceduto con il seghetto.



Fig.8



Fig.9

I pezzi una volta tagliati sono stati incollati strato su strato e poi colorati.



Fig.10



Fig.11

La simmetria è diventata una modalità per vedere gli oggetti...la realtà ed anche le figure geometriche.

E' stato molto naturale vedere ed enumerare gli assi di simmetria nei poligoni regolari...

Passando al cerchio... quando lo abbiamo esplorato per capire come si poteva trovare l'area...qualcuno lo ha denominato "infinitagono" ...perché ha infiniti lati e infiniti assi di simmetria!

7. Verticalità

Abbiamo detto che una impostazione coerente in verticale richiede gradualità, allora ci chiediamo a quale livello invece, su questo stesso argomento delle simmetrie, possiamo lavorare in prima media? Una risposta ci viene per esempio da una delle attività presenti nel progetto di formazione [M@t.Abel](#) (Matematica. Apprendimenti di Base con E-Learning)[1] il cui titolo è “Definire quadrilateri con le simmetrie” [2] Con essa ci si propone di conoscere proprietà di figure piane e classificare le figure sulla base di diversi criteri, utilizzare le trasformazioni per osservare, classificare ed argomentare proprietà delle figure, costruire figure isometriche con proprietà assegnate.

Anche in questo caso l’attività di tipo laboratoriale consente di risolvere problemi usando proprietà geometriche delle figure ricorrendo a modelli materiali, a semplici deduzioni e ad opportuni strumenti di rappresentazione.

Si prevede la costruzione di un modello per il quale occorrono:

due cartoni rettangolari, un foglio di carta quadrettata della stessa misura, sei puntine da disegno e sei pezzetti di gomma filo elastico di due colori diversi, colla, forbici, taglierino, strumenti da disegno. Si veda nelle figure la realizzazione:

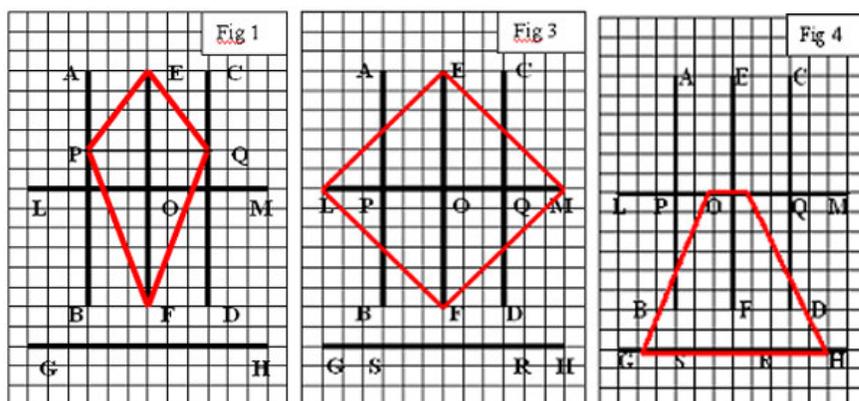


Fig. 12

Le linee nere in grassetto rappresentano incisioni, le puntine devono scorrere nelle incisioni e sostenere gli elastici (rossi nello schema).

Per la formazione dei concetti, è importante inoltre riprendere gli argomenti in momenti diversi con approfondimenti crescenti.

Altro lavoro che può essere fatto nel contesto delle simmetrie è quello di osservare, riprodurre, creare disegni modulari e tarsie con l’utilizzo di strumenti da disegno e software di geometria per scoprirne le regolarità e descriverle infine utilizzando linguaggio appropriato. [Fig.13]



Fig. 13

Nelle Nuove Indicazioni per la costruzione del curricolo del Ministero della Pubblica Istruzione [3] leggiamo: “La costruzione del pensiero matematico è un processo lungo e progressivo nel quale concetti, abilità, competenze e atteggiamenti vengono ritrovati, intrecciati, consolidati e sviluppati a più riprese; è un processo che comporta anche difficoltà linguistiche e che richiede un’acquisizione graduale del linguaggio matematico... gli obiettivi per ciascun livello comprendono in ogni caso anche quelli del livello precedente, naturalmente intesi con un grado maggiore di complessità delle situazioni considerate e di padronanza da parte dell’alunno.”

Ciò detto, non ci dobbiamo preoccupare se lo stesso argomento viene affrontato anche in classi diverse. Ci dobbiamo solo chiedere cosa deve cambiare a livello didattico.

Ricorriamo ancora ad un esempio con la descrizione di situazioni sperimentate in quinta e prima. Siamo all’interno del contesto commerciale: acquisto di prodotti - uso di cataloghi.

Si tratta di scegliere su catalogo dei prodotti per i quali viene simulato l’acquisto, di calcolare la somma da pagare, e individuare possibili modi di pagare senza resto o con resto.

Spesso si presenta la necessità di arrotondamento del prezzo in base alla quantità acquistata ed è necessario utilizzare l’ approssimazione per eccesso e per difetto.

L’attività prosegue con il posizionamento del valore delle monete sulla retta numerica (solo in quinta) o il posizionamento del costo di vari prodotti sulla retta numerica (solo in prima).

Vengono poi realizzati la tabella e il grafico del costo di un certo prodotto al variare del numero o del peso. Il lavoro continua con l’uso di un catalogo con prezzi scontati (10%, 20%). Dal prezzo intero si calcola il prezzo scontato e si discute sui significati di aumento, o riduzione, dei prezzi in percentuale.

Qualche volta, all’inizio di un percorso didattico, si ha un obiettivo di apprendimento preciso, ma strada facendo questo viene ad arricchirsi e integrarsi con altri. Alla fine del percorso vorremmo che gli alunni fossero capaci di trasferire quello che hanno imparato in altro contesto, ma spesso non viene data loro l’opportunità di farlo. Per consolidare l’apprendimento diamo una serie di esercizi che sono tutt’altro che un cambiamento di contesto, magari all’inizio della pagina del libro o della scheda c’è anche scritto quale “regola” sia da applicare. Quello che sarebbe necessario fare, è inoltre, offrire una situazione problematica che coinvolga gli alunni anche dal punto di vista

emotivo, con la quale sia veramente possibile osservare se avviene il transfer sperato, ossia se le competenze siano veramente tali.

Per l'attività sopra descritta abbiamo così pensato ad uno sviluppo "motivante".

Nella prima classe della scuola secondaria di primo grado, in collaborazione con tecnologia, sono state progettate e costruite scatole in legno da vendere alla festa di fine anno, per le quali era necessario calcolare il costo per poterne stabilire il prezzo di vendita.

Nella quinta classe della scuola primaria, invece è stata svolta una esperienza di cucina con la realizzazione di dolci secondo una ricetta ed è stato calcolato il costo a porzione.

Il contesto degli scambi monetari è assai ricco di pratiche e abilità adatte sia alla quinta che alla prima, in entrambe le classi la motivazione è rimasta alta e si sono potute osservare le competenze acquisite nel settore sul quale avevamo lavorato.



Fig. 14

Anche in riferimento all'esperienza descritta nel contesto monetario, cerchiamo di mettere in evidenza alcune differenze didattiche relative alle due classi. In quinta è necessario presentare situazioni precise, ricche di particolari. Le spiegazioni prima delle attività devono essere accurate anche per quanto riguarda le forme di elaborazione, meglio se fatte attraverso esempi, le attività vanno suddivise in sequenze separate. Risulta essere troppo presto per chiedere la riflessione individuale sulle strategie adottate; è invece opportuno ricostruire insieme il percorso seguito.

Tutti gli alunni riescono a confrontare la il loro percorso con quello ricostruito in classe, solo una parte dei bambini è in grado di verbalizzare i procedimenti seguiti analizzandoli ed esprimendoli in forma comprensibile; il lavoro tra pari facilita la comprensione e il raggiungimento di una forma di consapevolezza di gruppo.

Nella classe prima della scuola secondaria di primo grado, si può richiedere una riflessione individuale e successivamente una comunicazione per confrontare scoperte, ipotesi etc.

I ragazzi preferiscono far precedere la discussione da un lavoro individuale che consenta loro la condivisione di processi individuali più che una costruzione di conoscenze cooperativa.

Mentre in quinta si riesce a procedere solo per tappe, e l'osservazione di uno fa andare avanti anche gli altri, in prima media invece, i ragazzi iniziano ad avere un quadro proprio di conoscenze, abbastanza preciso. La discussione serve per prima cosa a chiarire il proprio pensiero e quindi a confrontarlo con quello degli altri, eventualmente per riorganizzarlo. Occorre dedicare attenzione a far sì che gli alunni accettino la critica costruttiva e che siano disponibili a mettere in discussione le loro scoperte, acquisizioni etc..

E' importante lavorare sull'errore, per imparare ad utilizzarlo in modo positivo.

Una delle modalità per lavorare sull'errore è quella di organizzare un percorso di autovalutazione:

Nella nostra scuola da tempo stiamo sviluppando una serie di attività sperimentali in tal senso, dal titolo "Ci ripenso ! ci sono...mi guardo...so cosa faccio" .

Queste attività sono finalizzate a sviluppare negli alunni la particolare competenza di potersi osservare nel processo di apprendimento e formazione e di saper descrivere il proprio itinerario.

Si tratta di isolare alcuni "oggetti di apprendimento" significativi, registrare le auto-riflessioni dei bambini e dei ragazzi (narrazioni) sui distinti apprendimenti, mediante strategie e strumenti

specifici in grado di evidenziare i loro potenziali conoscitivi, i loro stili di apprendimento e di comunicazione, le difficoltà che hanno incontrato.

È necessario stabilire alcuni criteri di valutazione e condividerli; questi devono riguardare sia il prodotto sia il processo dal punto di vista di chi si autovaluta. Se i criteri sono sufficientemente articolati tutti possono dimostrare di saper fare qualcosa e l'esplicitazione preventiva dei criteri stessi sembra influire positivamente sulla produzione.

L'attenzione rivolta ai criteri sposta l'attenzione dei bambini dal giudizio al controllo dell'apprendimento: cosa e come posso migliorare, il momento della valutazione diventa perciò un momento significativo della relazione insegnante-allievo e allievo-disciplina.

Dalle riflessioni che vengono fatte durante i momenti di autovalutazione emerge spesso la positività dell'errore per il suo superamento; ne citiamo alcune:

Sbagliavo perché interpretavo male la consegna...

La figura non mi riusciva perché non sapevo fare la perpendicolare che mantenesse i 90° anche quando spostavo il triangolo...

Non capivo perché non sapevo cosa era il puntatore...

Facevo fatica a capire la consegna...non memorizzavo il significato delle parole...per capire le consegne chiedevo conferma ai miei compagni e per le parole ho studiato di più, ma ancora non sono sicuro.

In particolare per la matematica, individuare il tipo di errore e aver fiducia di poterlo superare facilita il percorso di apprendimento, inoltre contribuisce a sviluppare e mantenere un atteggiamento positivo nei confronti della disciplina, proprio ciò che le Indicazioni richiedono:

“Di estrema importanza è lo sviluppo di un atteggiamento corretto verso la matematica, inteso anche come una adeguata visione della disciplina, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire affascinanti relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.”[4]

Bibliografia

¹ [m@t.abel] Progetto [m@t.abel](http://www.pubblica.istruzione.it/docenti/allegati/apprendimenti_base_matematica.pdf)
http://www.pubblica.istruzione.it/docenti/allegati/apprendimenti_base_matematica.pdf

² [Definire quadrilateri con le simmetrie] L'attività fa parte del Curricolo UMI – Matematica 2001, La Matematica per il cittadino. Attività e prove di verifica per un nuovo curriculum di matematica. Scuola primaria e scuola secondaria di primo grado <http://umi.dm.unibo.it/italiano/Matematica2001/matematica2001.html>

³ [Indicazioni per il curriculum] http://www.pubblica.istruzione.it/normativa/2007/allegati/dir_310707.pdf

⁴ G. Anzellotti, S. Cotoneschi, *La Matematica nelle Indicazioni nazionali per la scuola dell'infanzia, la scuola primaria e la secondaria di primo grado*, “Notizie della scuola” n. 2/3 anno XXXV, Tecnodid Editrice, Napoli.

Stefania Cotoneschi
Scuola Città Pestalozzi – Firenze
stefania.cotoneschi@tin.it