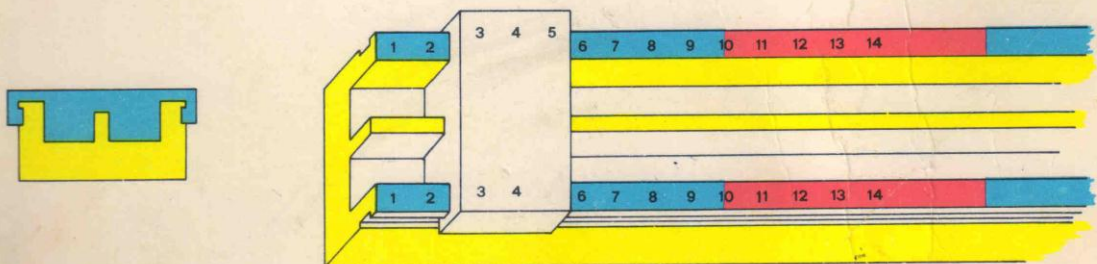


UMBERTO TENUTA

# IL CALCOLATORE LINEARE

Strumento didattico per l'apprendimento delle numerazioni, delle quattro operazioni aritmetiche, della tavola pitagorica, delle frazioni, delle misure di lunghezza.



NUOVA DIDATTICA Spa PADOVA

*« Dovrà essere abolito quasi completamente l'attuale metodo di insegnamento in classe dove l'insegnante pontifica, in posizione di potere centrale, e dovrà essere sostituito con lo studio individuale ed a piccoli gruppi, usando materiale concreto ed istruzioni scritte, con l'insegnante che agisce come guida e consigliere »*

(Dienes, Costruiamo la matematica, Firenze, Ed. O.S., 1962, p. 27)



## PREMESSA

*Gli insuccessi di un insegnamento verbalistico che, al più, fa delle concessioni ad una presentazione intuitiva della materia, si riscontrano in tutte le discipline, ma in particolare risaltano nell'insegnamento matematico, come l'esperienza comune testimonia. Eppure, forse proprio l'insegnamento matematico potrebbe più facilmente giovare delle metodologie didattiche operative.*

*Inventato e sperimentato dall'isp. Umberto Tenuta, il sussidio didattico, che in queste pagine viene presentato, si propone di offrire agli insegnanti uno strumento estremamente semplice, facile da utilizzare, economico ma versatile e sicuramente efficace, se usato con metodo, intelligenza e creatività.*

*Non si tratta di un toccasana, né di uno strumento onnicomprensivo; anzi il suo uso è collegato a quello di altri materiali didattici: blocchi logici, blocchi aritmetici multibase, abbaci, bilancia matematica, ecc.*

*Una didattica moderna della matematica presuppone una riconsiderazione globale del processo educativo e l'individuazione di obiettivi, metodologie e tecnologie meglio adeguati al ruolo che alla matematica oggi viene assegnato nel discorso pedagogico.*

*Ma questa messa in discussione di tutta l'impostazione dell'insegnamento matematico non può che avvenire con attenta gradualità, assecondando il generale processo dell'innovazione educativa che coinvolge le scuole di ogni ordine e grado e che impegna, in modo particolare, la formazione e la riqualificazione professionale dei docenti.*

*Su questa strada, però, è possibile, e doveroso, cominciare ad operare, assicurando subito, sul piano didattico, concreta attuazione ai principi della moderna psicopedagogia.*

*A questo scopo risponde il **CALCOLATORE LINEARE**.*



## ORIENTAMENTI METODOLOGICI PER L'UTILIZZAZIONE DEL CL

«... La parola non serve a nulla... Il disegno non basta ancora, è necessaria l'azione.

L'intelligenza è un sistema di operazioni, la matematica è tutta un sistema di operazioni.

L'operazione non è altro che azione: un'azione reale, ma interiorizzata, divenuta reversibile.

Perché il bambino giunga a combinare delle operazioni, si tratti di operazioni numeriche o di operazioni spaziali, è necessario che abbia manipolato, è necessario che abbia agito, sperimentato non solo su disegni ma su un materiale reale, su oggetti fisici...»

(J. Piaget, Avviamento al calcolo, Firenze, 1956, La Nuova Italia, p. 31)

Gli studi che il Piaget ed il Bruner hanno condotto sullo sviluppo delle operazioni intellettuali del fanciullo convergono nel ritenere che tre debbano essere le fasi del processo conoscitivo: attiva, iconica, simbolica.

Il Piaget ritiene, infatti, che il pensiero è azione interiorizzata. Le operazioni mentali, e "La matematica è tutta un sistema di operazioni", sono possibili solo nella misura in cui gli scolari abbiano manipolato materiali concreti.

«All'inizio il mondo... è noto (al fanciullo) principalmente attraverso le azioni abituali, che egli usa, per affrontarlo. Successivamente egli aggiunge una tecnica di rappresentazione attraverso l'immagine. Gradualmente si aggiunge un nuovo e potente metodo di tradurre azioni ed immagini nel linguaggio, che fornisce un terzo sistema di rappresentazioni» (Bruner, Studi sullo sviluppo cognitivo, Roma, Armando, 1968, p. 7).

Se il pensiero è azione interiorizzata, per pensare bisogna che prima si sia agito, si siano compiute delle azioni con materiali concreti.

Non è possibile interiorizzare, cioè rappresentarsi sotto forma di immagini o di simboli, se non ciò che è stato oggetto della nostra esperienza concreta, ciò che è caduto sotto i nostri sensi (*nihil est in intellectu quod non prius fuerit in sensu*).

Da questa concezione deriva la opportunità di seguire, anche nell'insegnamento matematico, il seguente itinerario metodologico-didattico:

- I FASE - OPERAZIONI CON MATERIALI CONCRETI
- II FASE - OPERAZIONI FIGURATIVE
- III FASE - OPERAZIONI SIMBOLICHE

### OPERAZIONI CON MATERIALI CONCRETI (Fase della rappresentazione attiva)

La prima fase di approccio ai concetti matematici deve avvenire attraverso l'esecuzione delle operazioni matematiche con materiali didattici concreti, non strutturati e strutturati.

Gli insegnanti debbono resistere alla facile ed abbastanza abituale tentazione di farne a meno o di limitarne l'uso, ricorrendo invece alle operazioni simboliche (uso di cifre, lettere, simboli vari), con qualche concessione, al più, all'uso di rappresentazioni figurative (cartelloni, schede, illustrazioni, ecc.) che hanno una loro utilità soltanto se seguono le operazioni con i materiali concreti.

Una didattica moderna, per assicurare l'efficacia dell'apprendimento da parte di tutti gli scolari, e non soltanto di un'élite privilegiata per dotazioni di intelligenza o per altri motivi, deve fare largo spazio alle operazioni con materiali didattici concreti. Queste operazioni debbono essere effettuate intensivamente e non fugacemente dai singoli scolari e non soltanto da parte dell'insegnante. Le operazioni che esegue l'insegnante davanti alla scolaresca servono ben poco, perché si inquadrano ancora nell'ambito di una didattica intuitiva, e non invece operativa.(1)



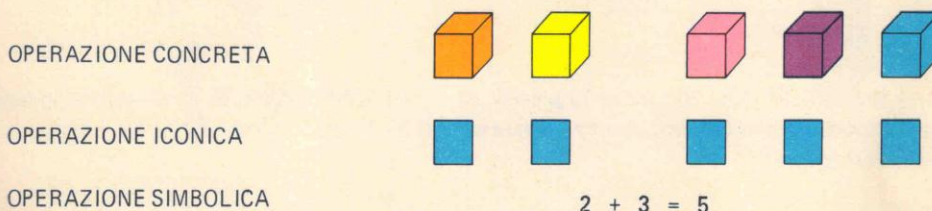
## OPERAZIONI FIGURATIVE

Solo in un secondo momento del processo didattico, è possibile prima affiancare e poi sostituire le operazioni con materiali concreti con la loro rappresentazione iconica.

Le immagini debbono avere il loro referente concreto, diversamente non sono immagini di alcunché ma realtà concrete ancorché figurative. Gli scolari debbono avere prima sperimentato gli oggetti e le relative operazioni per riuscire poi a formarsene una rappresentazione iconica. (2)

## RAPPRESENTAZIONE SIMBOLICA

Seguendo i principi sopra enunciati, gli scolari prima eseguiranno le operazioni (numerazioni, operazioni aritmetiche, frazioni, ecc.) con il calcolatore lineare e poi disegneranno tali operazioni che in un terzo momento rappresenteranno con simboli:



Questo itinerario dovrà essere tenuto costantemente presente.

Infine, è opportuno sottolineare che le attività che svolgono gli alunni della scuola elementare, soprattutto del primo ciclo, non debbono essere presentate come un compito imposto dall'insegnante, ma **come un gioco** che gli scolari, seppure con la stimolazione e la guida dell'insegnante, **gioiosamente** si accingono a svolgere.

Non si può, infatti, dimenticare che finalità fondamentale di qualsiasi attività didattica non è tanto l'apprendimento di alcune nozioni quanto la nascita ed il consolidamento dell'amore del sapere. E sembra ovvio che non si può imparare ad amare ciò che ci viene imposto con la forza della costrizione.

Sarà perciò compito dell'insegnante motivare sempre le attività che vengono proposte agli scolari, inserendole in un contesto significativo.

A tal fine, saranno favorite le attività individualizzate di gruppo (ogni gruppo non dovrà comprendere più di tre - quattro scolari).

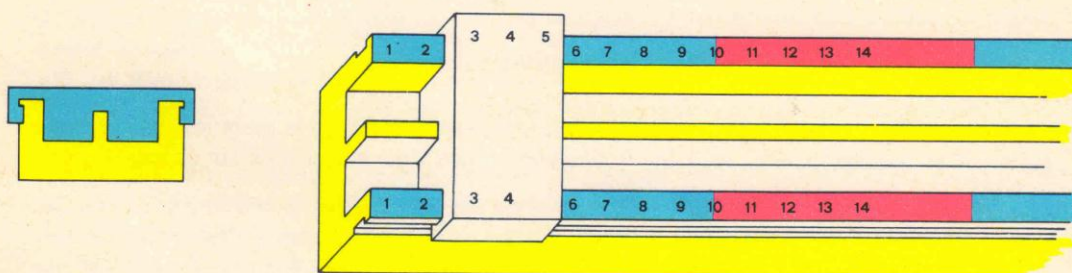
Per rendere possibili tali attività, che richiedono una consistente dotazione di materiale didattico, risulta opportuno attrezzare un'aula come **laboratorio didattico**, ove si avvicinano le singole scolaresche, oppure provvedere alla sistemazione dei materiali didattici su appositi carrelli che vengono prelevati dalle scolaresche nelle ore dedicate alla loro utilizzazione.



## DESCRIZIONE DEL CALCOLATORE LINEARE

**IL CALCOLATORE LINEARE (CL)** è un'asta di legno, lunga cm. 100, con due scanalature centrali aventi la sezione trasversale di cmq 1, nelle quali possono sistemarsi e scorrere agevolmente i **numeri in colore** del Cuisenaire - Gattegno o similari, i quali hanno appunto una sezione di 1 cmq. L'asta è dotata di un  **cursore**, ancorato ai due lati, che scorre nelle due scanalature.

Su ambedue i bordi dell'asta, a distanza di 1 cm l'uno dall'altro sono scritti i numeri da 1 a 100, con colorazione alterna in celeste e rosso delle decine (decimetri).

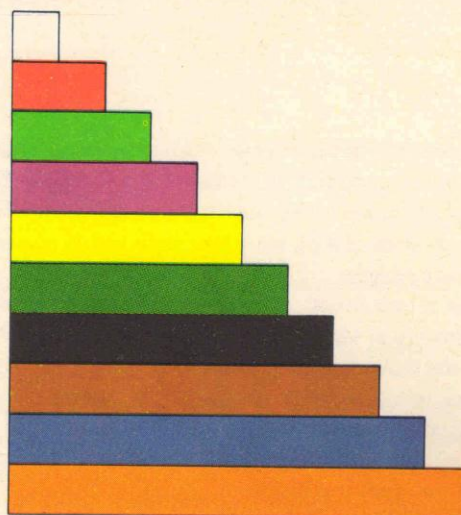


SEZIONE

LUNGHEZZA TOTALE cm. 100

**I NUMERI IN COLORE**, ormai largamente conosciuti, sono costituiti da parallelepipedi in legno o in plastica aventi la base di 1 cmq, mentre l'altezza varia da 1 a 10 cm. Essi sono così colorati :

- |    |                   |
|----|-------------------|
| 1  | BIANCO (B)        |
| 2  | ROSSO (R)         |
| 3  | VERDE CHIARO (VC) |
| 4  | VIOLETTO (V)      |
| 5  | GIALLO (G)        |
| 6  | VERDE SCURO (VS)  |
| 7  | NERO (N)          |
| 8  | MARRONE (M)       |
| 9  | BLU (BL)          |
| 10 | ARANCIONE (A)     |



La colorazione è effettuata in base a "tre famiglie", rispettivamente dei multipli di 2, di 3 e di 5. Fanno parte a sé il 1 che è bianco ed il 7 che è nero. (3)

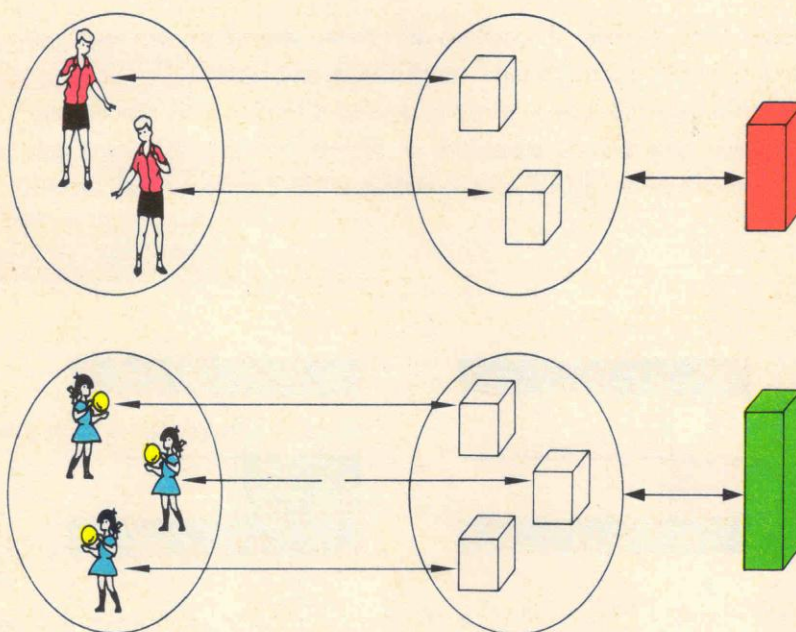


## LE NUMERAZIONI CON IL CL

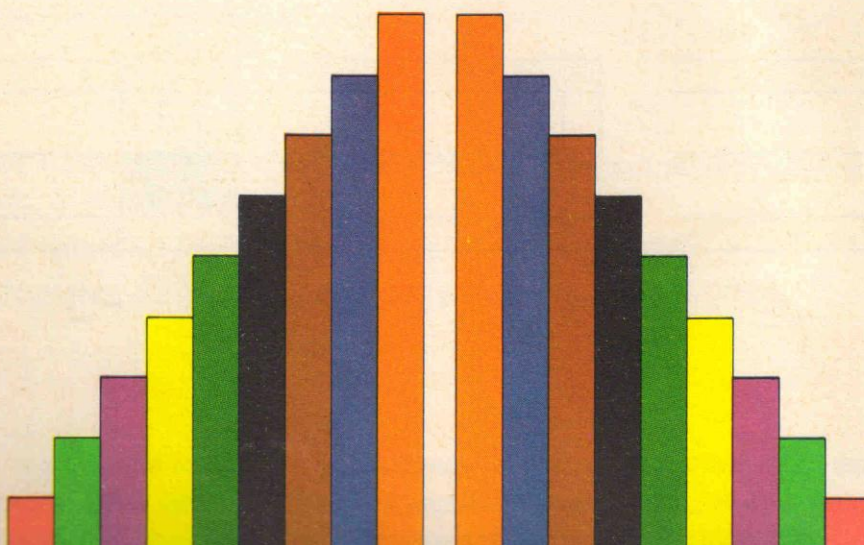
E' opportuno che le esercitazioni di numerazione con il CL siano precedute dalla scoperta del valore cardinale e ordinale dei singoli numeri attraverso le operazioni con gli insiemi. (4)

Si suggerisce di utilizzare in tali attività anche i **NUMERI IN COLORE**, per stabilire corrispondenze biunivoche e per effettuare seriazioni :

### CORRISPONDENZE BIUNIVOCHE



### SERIAZIONI CON I NUMERI IN COLORE





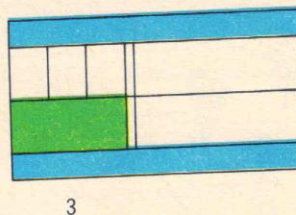
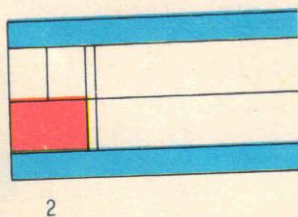
Una volta che gli scolari si siano impadroniti dei primi concetti numerici (1 - 2 - 3 - 4 - 5 ....), si possono organizzare attività che, sempre sotto forma di gioco, impegnino gli scolari nelle numerazioni progressive e regressive.

Il CL viene utilizzato dai singoli alunni o da gruppi che comprendano non più di tre - quattro alunni. In una scanalatura vengono collocati, uno dopo l'altro, i **regoli unitari** (CUBETTI BIANCHI), in modo da comporre i singoli numeri:

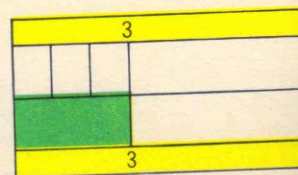
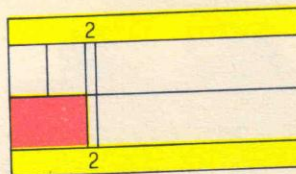
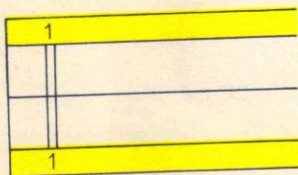
- si colloca un cubetto per costruire il numero 1
  - si colloca prima un cubetto, poi un altro, per costruire il numero 2
  - si colloca prima un cubetto, poi un altro, poi un altro ancora, per costruire il numero 3
- E così via.

In questo primo momento, è opportuno che i numeri vengano percepiti come insiemi di più unità e perciò saranno costruiti utilizzando solo i cubetti bianchi, ossia le **unità**.

Solo in un secondo momento, quando gli scolari avranno sufficientemente **interiorizzato** queste immagini, si affiancherà, nella seconda scanalatura, al numero composta dai singoli cubetti unitari il corrispondente regolo in colore (al **DUE** il regolo **ROSSO**, al **TRE** il regolo **VERDE CHIARO**, ecc.):



Dopo questa graduale presentazione, saranno utilizzati soltanto i regoli corrispondenti ai singoli numeri. Contemporaneamente alla composizione sul CL dei singoli numeri con i regoli colorati, si effettuerà la lettura delle corrispondenti cifre sui bordi del CL:



Queste attività dovranno essere abbastanza frequenti.

In questa prima fase, è opportuno limitarsi ai numeri fino al 9, per passare al 10 ed ai successivi numeri solo quando, con le opportune operazioni insiemistiche, con l'uso dei blocchi aritmetici multibase (B. A. M.) e degli abbaci, gli scolari si saranno impossessati del concetto di **decina** e del **valore posizionale** della numerazione.



Solo allora la numerazione potrà proseguire oltre il 9.

Nelle relative esercitazioni, i numeri successivi al 10 saranno sempre composti facendo seguire alla **DECINA** (regolo ARANCIONE) i regoli colorati dei singoli numeri :

ARANCIONE + BIANCO per l' 11



ARANCIONE + ROSSO per il 12



ARANCIONE + VERDE CHIARO per il 13



.....

Analogamente si procederà per le decine successive :

2 ARANCIONI + 1 BIANCO per il 21

2 ARANCIONI + 1 ROSSO per il 22

2 ARANCIONI + 1 VERDE CHIARO per il 23

.....

3 arancioni + 1 BIANCO per il 31

3 ARANCIONI + 1 ROSSO per il 32

.....

Risulterà in questo modo evidenziata la composizione dei singoli numeri, perché gli scolari percepiranno benissimo, ad esempio, che :

- il 12 è costituito da 1 DECINA (ARANCIONE) e 2 UNITA' (2 BIANCHI)
- il 23 è costituito da 2 DECINE (2 ARANCIONI) e 3 UNITA' (3 BIANCHI)

.....

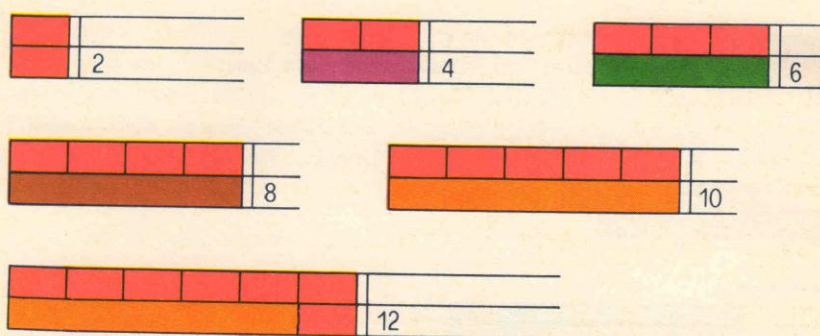
In queste prime esercitazioni è opportuno mascherare, con nastro isolante colorato, la numerazione scritta sui bordi del CL, per far sì che gli scolari "leggano" i numeri direttamente attraverso i regoli colorati, e non attraverso le cifre, evitando così forme meramente mnemoniche di apprendimento. Contemporaneamente alle numerazioni progressive, gli scolari effettueranno sul CL anche le numerazioni regressive, utilizzando i procedimenti precedentemente descritti.



### NUMERAZIONE A DUE A DUE, A TRE A TRE .....

Seguendo gli stessi procedimenti, si effettueranno le numerazioni a due a due, a tre a tre, a quattro a quattro, ecc.

Per la numerazione a due a due, si utilizzeranno i regoli ROSSI, da collocare in successione nella prima scanalatura del CL, mentre nella seconda scanalatura si potranno affiancare, via via, il 2 - ROSSO, il 4 - VIOLETTO, il 6 - VERDE SCURO, il 8 - MARRONE, il 10 - ARANCIONE, il 12 - ARANCIONE + ROSSO .....



Per la numerazione a tre a tre, si utilizzeranno i regoli VERDE CHIARO :





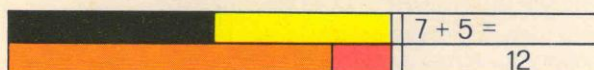
## LE OPERAZIONI ARITMETICHE CON IL CALCOLATORE LINEARE

E' opportuno che gli scolari, prima di utilizzare il CL, si impadroniscano delle singole operazioni aritmetiche attraverso le operazioni insiemistiche. (5)

Il CL serve soprattutto per le esercitazioni, in particolare per quelle individualizzate (di gruppo o individuali), sostituendo in gran parte le noiose esercitazioni scritte.

### ADDIZIONE

Gli scolari pongono, in successione in una scanalatura del CL, i regoli colorati corrispondenti agli addendi dell'addizione da eseguire, fermano con il cursore i regoli e nell'altra scanalatura compongono il numero corrispondente :

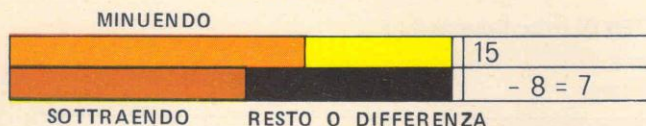


Per separare e distinguere i singoli addendi, gli scolari potranno utilizzare come divisorio una lamina o un cartoncino colorato. Per rispettare una maggiore gradualità, si può anche seguire un altro procedimento, per le addizioni con soli due addendi.

Si pone il regolo del primo addendo in una scanalatura del CL ed il regolo del secondo addendo nella seconda scanalatura. Si trasporta poi il regolo della seconda scanalatura nella prima e si ferma il tutto con il cursore. Nella seconda scanalatura ora si compone il numero corrispondente .

### SOTTRAZIONE

Gli scolari pongono nella prima scanalatura del CL i regoli del MINUENDO e li fermano con il cursore; pongono poi nella seconda scanalatura i regoli del SOTTRAENDO e ricercano il regolo che bisogna aggiungere per eguagliare il minuendo. Il regolo aggiunto rappresenta la DIFFERENZA o RESTO.



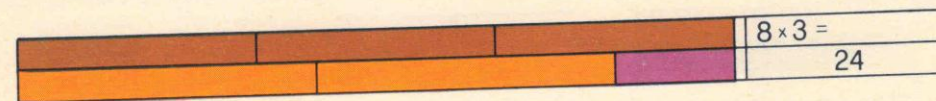
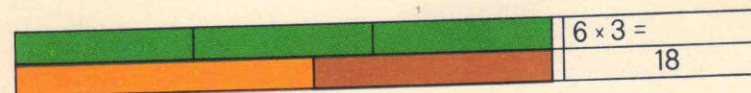
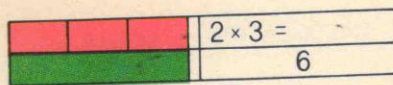
### MOLTIPLICAZIONE

Lo scolaro individua il regolo colorato che rappresenta il MOLTIPLICANDO e ne pone in una scanalatura del CL **tanti quanti** ne indica il MOLTIPLICATORE.

La loro somma costituisce il PRODOTTO.

La lettura del prodotto è facilitata, se si costruisce nella seconda scanalatura il corrispondente numero in base 10, cioè utilizzando il massimo numero di ARANCIONI.



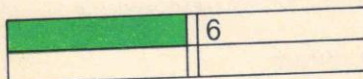


Si noti bene che :

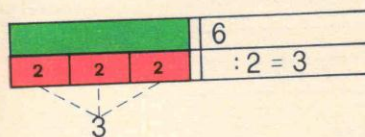
- il MOLTIPLICANDO è rappresentato dal VALORE — COLORE del regolo
- il MOLTIPLICATORE è rappresentato dal numero di volte in cui viene preso
- il PRODOTTO è rappresentato dalla somma dei singoli regoli.

## DIVISIONE

Composta in una scanalatura del CL il numero da dividere — DIVIDENDO — e fissatolo con il cursore, lo scolaro colloca nella seconda scanalatura **tanti** regoli eguali al DIVISORE **quanti** riuscirà a farcene entrare ("stare"), aggiungendo, ove occorra per completare, un altro regolo più **piccolo** (RESTO). Ad esempio, dovendo effettuare la divisione  $6 : 2$ , lo scolaro costruirà nella prima scanalatura il 6 del DIVIDENDO:



Individuato poi, nella scatola dei regoli colorati, il 2 che corrisponde al regolo ROSSO, ne collocherà nella seconda scanalatura tanti quanti ne occorrono per riempirla, cioè 3 :



Il 3 è infatti il QUOZIENTE della divisione  $6 : 2$ .  
Altro esempio, con resto :



Il quoziente della divisione  $15 : 4$  è 3 ed il resto è 3.  
Operando con il CL, gli scolari imparano operativamente il significato del termine "STA", perché sperimentano effettivamente quante volte il DIVISORE "STA" nel DIVIDENDO.



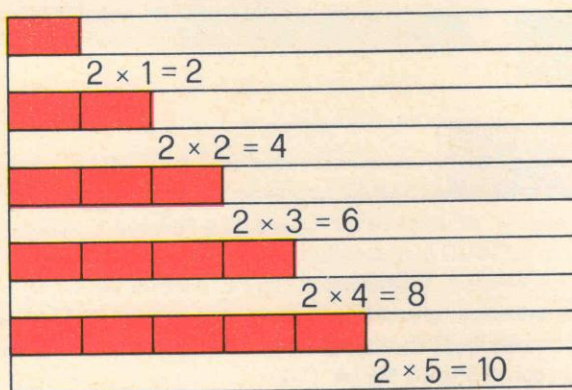
## LO STUDIO DELLA TAVOLA PITAGORICA CON IL CALCOLATORE LINEARE

Il CL risulta particolarmente efficace per lo studio della TAVOLA PITAGORICA, croce e delizia degli scolari di ogni tempo e di ogni dove. La comprensione della tavola pitagorica e le esercitazioni per memorizzarla diventano un gioco.

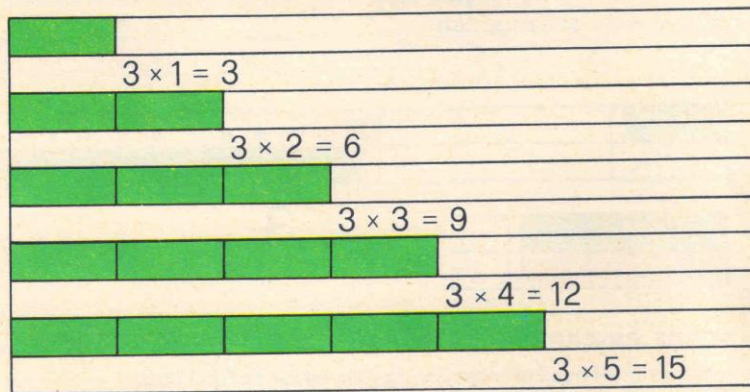
Esercitazioni individuali o di gruppo possono essere effettuate con estrema facilità, evitando le noiose esercitazioni simboliche.

Si utilizza la tecnica della moltiplicazione.

## TAVOLA DEL 2 :



## TAVOLA DEL 3:



## LO STUDIO DELLE FRAZIONI CON IL CALCOLATORE LINEARE

Lo studio delle frazioni può essere effettuato con il CL a livello operativo concreto, sempre utilizzando i numeri in colore.

Nella fase introduttiva, in cui deve essere realizzata la comprensione del concetto di frazione, è opportuno non oltrepassare l'ambito numerico del 10, considerando come UNITA' da frazionare i singoli regoli colorati e come FRAZIONI i rispettivi sottomultipli.



Ad esempio, la frazione  $\frac{1}{2}$  può essere resa intuitiva collocando nella prima scanalatura del CL i regoli ai quali possono essere appaiati, nella seconda scanalatura, DUE regoli eguali :



$$\frac{1}{2}$$

Attraverso esercitazioni di questo tipo, gli scolari comprendono che l'UNITA' — il regolo della prima scanalatura — può essere scomposta in DUE elementi eguali — i due regoli della seconda scanalatura —, ciascuno dei quali corrisponde quindi alla sua META' ( $\frac{1}{2}$ ).

Ogni UNITA' è scomponibile in due META'.

Due META' costituiscono una UNITA'.

L'UNITA' non è rappresentata da un determinato numero, perché qualsiasi numero può essere considerato come UNITA' e suddiviso in DUE (utilizzando, è ovvio, i numeri razionali).

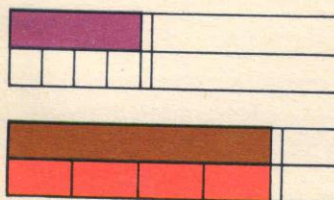
La frazione  $\frac{1}{3}$  può essere così presentata :



$$\frac{1}{3}$$

Ogni UNITA' — VERDE CHIARO, VERDE SCURO — viene scomposta in TRE elementi eguali — BIANCO, ROSSO —, ciascuno dei quali corrisponde, quindi, ad un TERZO ( $\frac{1}{3}$ ).

La frazione  $\frac{1}{4}$  può essere così presentata :



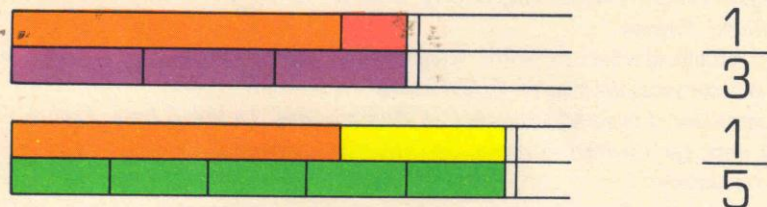
$$\frac{1}{4}$$

Ogni UNITA' — VIOLETTO, MARRONE — viene scomposta in QUATTRO elementi — BIANCO, ROSSO —, ciascuno dei quali corrisponde quindi ad un QUARTO ( $\frac{1}{4}$ ).



In un secondo momento, l'unità può essere costruita con più di un regolo colorato, considerando il numero formato dalla somma di più regoli come un tutto unico, come UNITA', appunto.

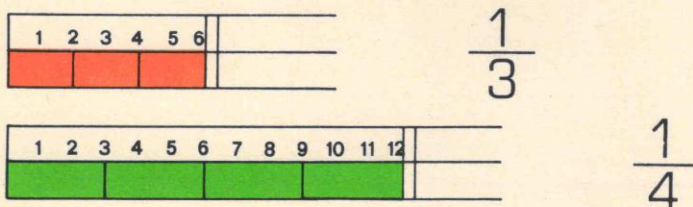
ESEMPI :



Nel primo esempio, l' UNITA' è costituita dal numero 12 — ARANCIONE + ROSSO — e la frazione è il numero 4 — VIOLETTO — che rappresenta il TERZO di 12.

Nel secondo esempio, l' UNITA' è costituita dal numero 15 — ARANCIONE + GIALLO — e la frazione è il numero 3 — VERDE CHIARO — che rappresenta il QUINTO di 15.

Quando gli scolari avranno intuito il concetto di frazione e l'avranno bene assimilato, potranno operare su una sola scanalatura, individuando con il cursore, sul bordo del CL, il numero scritto da considerare come unità e ricercandone poi i sottomultipli che costituiscono le frazioni :



#### UTILIZZAZIONE DEL CL PER LO STUDIO DELLE MISURE DI LUNGHEZZA

Il CL è lungo un METRO ed è suddiviso in 10 DECIMETRI, mediante la colorazione alterna delle cifre, ed in 100 CENTIMETRI (6). Può essere quindi utilizzato per lo studio delle misure di lunghezza.

In ogni scanalatura possono essere collocati 10 regoli ARANCIONI che costituiscano i 10 decimetri di cui è costituito il metro ovvero 100 regoli BIANCHI che rappresentano i 100 centimetri di cui è pure costituito il metro.

Inoltre, 10 CL allineati costituiscono il DECAMETRO.



#### NOTE BIBLIOGRAFICHE

- 1) Per un inquadramento psicopedagogico della didattica operativa si veda: *AEBLI, Didattica psicologica, Giunti, Firenze.*
- 2) Tra le tante raccolte di schede didattiche, si segnalano gli organici e imitativissimi volumetti di *PICARD, Alla conquista del numero, O. S., Firenze.*
- 3) Cfr. *U. Pampallona, I materiali strutturati, in "Scuola e città", La Nuova Italia, Firenze, n. 9 - 10, p. 589.* Si veda, per i numeri in colore, *GATTEGNO, L'aritmetica coi numeri in colore, La nuova scuola, Conegliano.*
- 4) Per una introduzione alla teoria degli insiemi si vedano i fondamentali volumetti di *DIENES-GOLDING, I primi passi in matematica, O. S., Firenze* e di *PASINI, Incontro con Dienes, O.S., Firenze.*
- 5) Cfr. *DIENES-GOLDING e PASINI*, opere citate. Si veda anche *DUSE, Per un insegnamento moderno della matematica nella scuola elementare, La scuola, Brescia.*
- 6) Oltre al volumetto di *DIENES-GOLDING, Esplorazione dello spazio e pratica della misura*, della citata collana "I primi passi in matematica", si veda anche *DECROLY-HAMAIDE, Il calcolo e la misura nel primo ciclo della scuola elementare, LOESCHER, Torino.*

Per la richiesta dei cataloghi relativi alla gamma completa dei sussidi didattici rivolgersi a :

NUOVA DIDATTICA Spa  
Via Istria, 55  
35100 PADOVA  
tel. (049) 613136