

Frosinone - Corso Abilitante A049

A.S. 1999/2000

Coordinatore: Preside Prof.ssa D'Emilia Maria Pia Spaziani

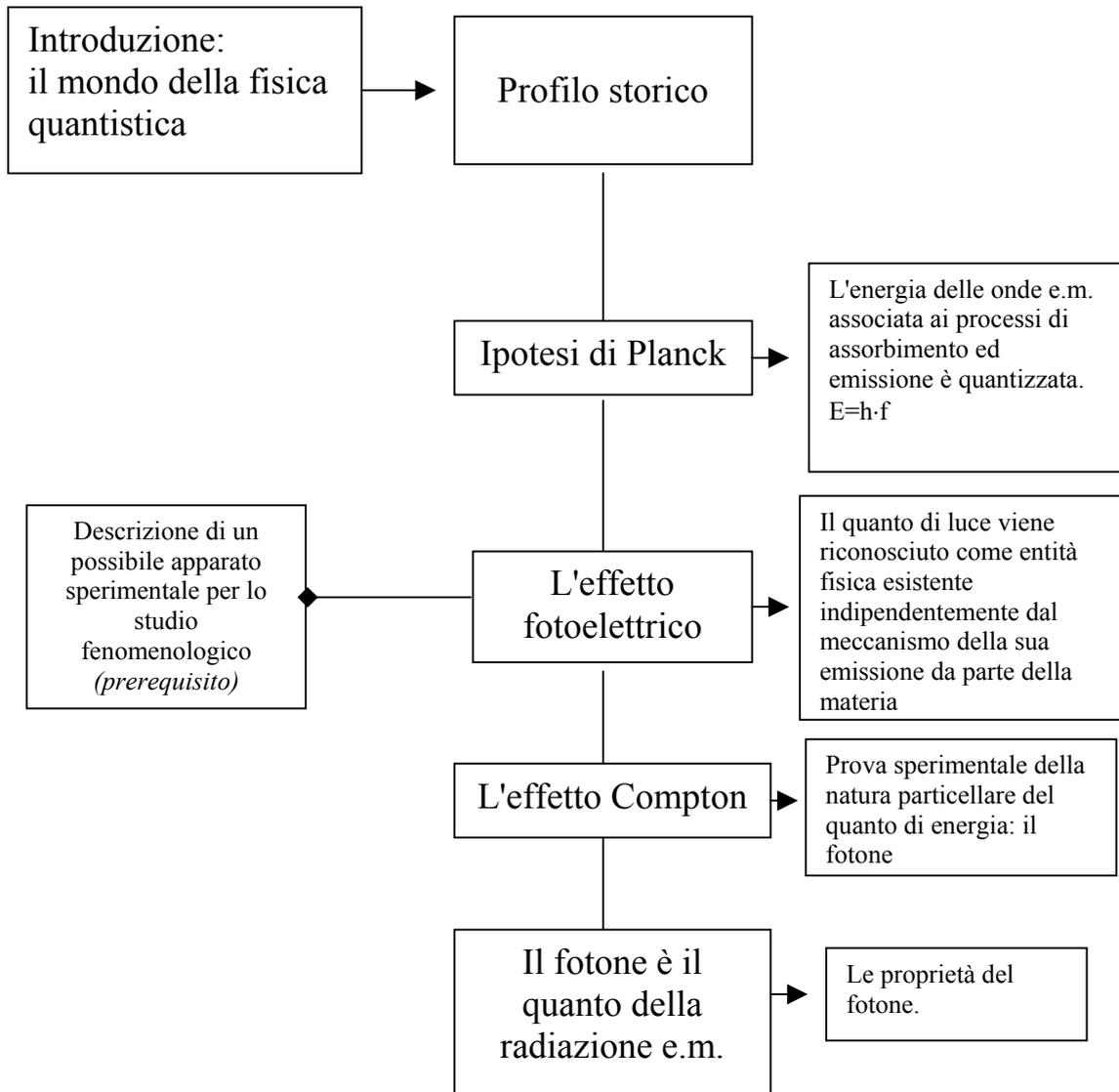
Proposta didattica:

*"Concetto di fotone dall'ipotesi di Planck
all'effetto Compton".*

Un esempio della valenza della storia della fisica come strumento didattico.

Corsista: Monforte Nicola

Mapa della proposta didattica:



Introduzione

Le teorie fisiche costituiscono un mezzo per spiegare e utilizzare i fenomeni naturali: le leggi del moto e della gravitazione sviluppate a partire dal lavoro di Newton ci dicono come si muovono i pianeti intorno al sole, permettono di predire e controllare le traiettorie di missili ed orbite di satelliti artificiali, le equazioni di Maxwell spiegano le proprietà della luce e rendono possibile progettare e realizzare antenne radio, sistemi di comunicazione.

Tuttavia le leggi della meccanica di Newton e quelle dell'elettromagnetismo di Maxwell sono solo relazioni approssimate per descrivere la natura che si applicano bene a grandi corpi materiali e per variazioni temporali delle grandezze in gioco non troppo rapide.

Le leggi conglobate sotto il nome di "Meccanica Quantistica", sviluppate nei primi decenni del 1900 dalla comunità scientifica di valenti fisici europei ed americani, erano destinate a spiegare una grande quantità di fenomeni nel mondo microscopico, in questo senso rappresentavano un progresso permettendo di interpretare fenomeni fisici che coinvolgevano entità piccole come gli atomi e gli ioni, e variazioni rapide come le vibrazioni della luce. Nel regno dei fenomeni a grande scala e lenta variabilità, la meccanica quantistica si accorda con quanto osserviamo intorno a noi ogni giorno.

Le conoscenze elaborate nell'ambito della meccanica quantistica danno una descrizione valida ed adeguata del funzionamento di importanti sistemi si pensi, ad esempio, al moderno sviluppo dell'elettronica dei dispositivi a semiconduttore i cui principi di funzionamento sono legati a leggi chiarite bene solo in ambito quantistico. Però le caratteristiche proprietà delle leggi quantistiche sono direttamente apprezzabili solo nei laboratori.

Si evince da quanto osservato che i modelli quantistici sono "lontani" dall'esperienza comune, e nella maggior parte dei casi non riconducibili ai modelli deterministici della meccanica classica, di cui spesso è impregnata la "storia scolastica" del discente. Questa difficoltà, che è anche di ordine concettuale, spesso in ambito scolastico non è tenuta in debito conto.

Intendo dire che nella maggior parte dei casi la fisica classica viene sempre insegnata nel modo che corrisponde al momento della sua massima affermazione, ignorando che successivamente sono stati messi in evidenza i suoi limiti; ci si ritrova ad insegnare per un anno intero la meccanica classica con la mentalità del meccanicismo e del determinismo, presentando ciò una serie di rassicuranti certezze volte a dar fiducia ad un sistema universale di conoscenze, per poi presentare la meccanica quantistica col ruolo scomodo di chi ha osato mettere in dubbio queste certezze con l'aggravante, poi, di non essere stata in grado di fornire altre soluzioni del pari rassicuranti.

Questa banale osservazione, suggerisce che "le due fisiche", quella classica e quella quantistica, vadano entrambe insegnate con la mentalità di oggi (con i dubbi e le incertezze che oggi abbiamo ma anche con i risvolti positivi dei progressi effettuati) allora penso che alcune delle difficoltà, almeno concettuali, potrebbero essere superate.

Pertanto il paradigma da proporre è quello connesso con un "prerequisito concettuale" che vede come migliore introduzione alla fisica quantistica un insegnamento della fisica classica adeguatamente impostato (crf. infra percorsi a spirale ad esempio) e che tenga ben conto dei

"legami" tra le due fisiche, che non devono essere presentate in contrapposizione, ma l'una, la classica, come una approssimazione dell'altra, la quantistica, ovvero il che è lo stesso la quantistica come estensione e completamento della classica per la trattazione del mondo microscopico ed il nuovo ruolo di teoria unificante da essa giocato.

Profilo storico

Alla fine del diciannovesimo secolo molti scienziati consideravano la fisica come un argomento chiuso. Che cos'altro di significativo e fondamentale si poteva apprendere sulla natura? Ma nonostante la generale soddisfazione riguardante la situazione complessiva della fisica, esistevano problemi latenti.

Ancora prima che la teoria della relatività di Einstein (1905) costringesse a considerare in modo nuovo concetti fondamentali come quelli di spazio e tempo, veniva sollevata una nuova serie di questioni di portata altrettanto vasta riguardanti la natura della radiazione elettromagnetica e i rapporti con la materia.

Vi erano dei problemi per interpretare gli spettri di emissione ed assorbimento da parte della materia, non si conoscevano teorie valide circa la struttura interna degli atomi, inoltre, in quegli anni, le scoperte della radioattività (Röntgen con i raggi X prima, Becquerel e i Curie dopo) rimisero in discussione le certezze costruite sulla base della fisica di Newton e Maxwell.

Storicamente, il tentativo di affrontare il problema dello spettro della radiazione e.m. , doveva gettare le basi per lo sviluppo della teoria dei quanti, questo problema riguardava la distribuzione della lunghezza d'onda della radiazione emessa dai corpi solidi incandescenti. Lo studio della struttura dell'atomo e dei suoi componenti, con un interesse crescente a partire dagli inizi del XX secolo, ha segnato per la fisica un punto di svolta che ha costretto il mondo scientifico a capovolgere gran parte delle certezze sulle quali si basavano le discipline fisiche classiche.

Da un lato la scoperta del quanto di luce, elemento fondamentale nel quadro della formulazione della prima teoria dei quanti e degli ulteriori sviluppi che vedranno varie formulazioni della meccanica quantistica (Heisenberg, Scrodinger, Dirac), riporta in discussione il problema della natura della luce e, dall'altro, la concezione ondulatoria della materia costringerà gli scienziati a trattare radiazione e materia allo stesso modo, attraverso un modello duale, ammettendo che entrambe presentino ora comportamenti ondulatori ora comportamenti particellari a seconda del tipo di interazione che si ha nell'esperimento condotto.

Con la definizione della meccanica quantistica, che segue e sviluppa le idee della "vecchia" teoria dei quanti, e in particolare col principio di indeterminazione di Heisenberg, risulterà evidente l'impossibilità di separare il comportamento della materia dall'osservazione della stessa e le due cose sono strettamente correlate (teoria quantistica della misura).

L'interpretazione probabilistica delle traiettorie delle particelle spazza la strada dai residui del determinismo, introducendo elementi probabilistici nelle equazioni che governano il moto dei sistemi microscopici. Da qui il nuovo ruolo della meccanica classica dopo l'assunzione del ruolo di teoria unificante da parte della meccanica quantistica, cioè dopo il passaggio dal fondamento deterministico al fondamento probabilistico

L'ipotesi di Max Planck

L'interpretazione dello spettro del corpo nero (un modello fisico cui era assimilabile il comportamento dello spettro della radiazione e.m. dei corpi incandescenti) da parte di Max Planck rappresenta il primo lavoro in cui si fa l'ipotesi che l'energia associata alla radiazione e.m. dovesse essere quantizzata, ovvero l'intensità della radiazione elettromagnetica osservata in una cavità "corpo nero" mantenuta ad una certa temperatura, poteva essere spiegata solo supponendo che la radiazione di ogni determinata lunghezza d'onda potesse trasportare solo determinate quantità di energia.

L'ipotesi di Planck rendeva solo plausibile l'esistenza dei quanti di energia associati alla radiazione e.m., egli la introdusse come un procedimento "ad hoc", senza alcun fondamento teorico, il valore della costante h da lui introdotto serviva solo per accordare i dati sperimentali col modello da lui elaborato. Planck ipotizzava l'esistenza dei quanti di energia in riferimento al problema specifico del corpo nero, nel 1900 era opinione diffusa che tutti i processi fisici dovessero essere continui, e Planck stesso non si spinse oltre a considerare l'ipotesi che tutta la radiazione e.m. fosse quantizzata.

Oggi riconosciamo che il lavoro di Planck (per cui gli fu conferito il premio Nobel 1918) fu il primo di una lunga e sorprendente serie che caratterizzò i primi trent'anni del XX secolo.

Planck, come altri prima di lui, aveva cercato di spiegare la radiazione e.m. emessa dai corpi non riflettenti molto caldi, i cosiddetti corpi neri.

Planck scoprì che poteva ottenere risultati in perfetto accordo con quanto si osservava nello spettro della radiazione di un corpo caldo se si ipotizzava che la frequenza della radiazione e.m. fosse connessa alle oscillazioni di atomi e molecole con energia quantizzata. Difatti secondo il modo di pensare dell'epoca un oscillatore poteva possedere una quantità qualsiasi di energia in un a fascia continua di valori. Poiché questa ipotesi portava a risultati teorici contrastanti con quelli sperimentali, Planck si pose una domanda del tipo "Che cosa succederebbe se..." e, senza motivazioni teoriche, decise di ipotizzare che gli oscillatori avessero solo valori discreti di energia: un oscillatore di frequenza f_0 , può oscillare solo con energia $hf_0, 2hf_0, 3hf_0, \dots$

Nhf_0 . Non sono possibili valori intermedi di energia.

La grandezza h è una costante di proporzionalità (chiamata costante di Planck) . L'ipotesi di Planck era assolutamente sbalorditiva. Il concetto che l'energia esistesse in "blocchi", o quanti, non si era mai incontrato prima: nessun esperimento nei sistemi meccanici aveva mai dato motivo di pensarlo.

Ciò in effetti è in accordo col piccolo valore della costante di Planck $h=6.626E-34 \text{ J*s}$.

Si pensi ad esempio alle oscillazioni di un pendolo semplice, la sua energia mgy , dove y è la sua posizione verticale più alta; secondo l'idea introdotta da M. Planck l'energia del pendolo può variare solo in multipli interi del quanto fondamentale di energia hf_0 . Se il pendolo, ad esempio, ha frequenza 1Hz e massa 100g esso può oscillare a $y_1=hf_0/mg=6.7E-34m$ e $y_2=2y_1=13E-34m$ od ancora $y_3=3y_1=20E-34m$ e così via.

Non sono possibili oscillazioni ad altezze intermedie. Si capisce che gli intervalli tra le altezze possibili sono troppo piccoli per poter essere misurati e non siamo in grado di rilevare la quantizzazione dell'energia associata all'energia degli oscillatori su scala macroscopica.

Tuttavia l'ipotesi di Planck, anche se risultava singolare, era destinata ad essere adeguata per spiegare altri fenomeni importanti del mondo microscopico.

In questo itinerario didattico, basato su un punto di vista storico, risulta indispensabile trattare il problema del corpo nero, anche se da più parti se ne riconosce una oggettiva complessità di presentazione didattica (come del resto è segnalato anche nei commenti ai temi della programmazione Brocca), tuttavia l'indispensabilità di un tale argomento oltre che a esigenze di carattere storico è legata ad esigenze di carattere logico: l'interpretazione teorica dell'effetto fotoelettrico e la padronanza del concetto di fotone appaiono abbastanza improbabili senza lo studio del corpo nero, almeno nelle sue linee portanti.

L'effetto fotoelettrico

Bisogna aspettare il 1905 con A. Einstein perché questi estendesse l'idea di Planck a tutta la radiazione e.m., con queste idee egli spiegò in maniera dettagliata l'effetto fotoelettrico, la cui interpretazione da un punto di vista della fisica classica era impossibile, anche questo fenomeno implicava la costante di Planck h , che era del tutto nuova nel contesto della fisica del diciannovesimo secolo.

L'effetto fotoelettrico (o fotoelettronico) consiste nella estrazione di elettroni da un metallo per effetto di una illuminazione con luce di frequenza \geq energia) opportuna. Ciò che accade è che la radiazione incidente cede agli elettroni di conduzione del metallo prossimi alla superficie, l'energia che permette loro di abbandonare il metallo.

I fatti fondamentali da un punto di vista sperimentale sono di seguito riportati sinteticamente:

1. l'effetto fotoelettrico ha luogo solo se la frequenza della radiazione e.m. incidente supera un certo valore f_0 , caratteristica del corpo irradiato;
2. gli elettroni espulsi dal corpo hanno diverse velocità, la velocità massima è funzione lineare della frequenza (precisamente $T=h \cdot (f-f_0)$, il coefficiente di proporzionalità è proprio la costante di Planck);
3. il numero degli elettroni emessi per unità di superficie e per unità di tempo è proporzionale all'intensità i della radiazione incidente (cioè quanti elettroni incidono per unità di superficie e tempo). Tale intensità non ha influenza sulla velocità delle particelle emesse, ed inoltre essa provoca subito l'espulsione, a prescindere dal valore della intensità solo se ha una frequenza opportuna.

Ogni tentativo di spiegare tali fenomeni con la teoria classica dell'elettromagnetismo era destinata a fallire.

Riportiamo sinteticamente in tabella alcuni risultati sperimentali fondamentali concernente l'effetto fotoelettrico e le previsioni teoriche dell'elettromagnetismo classico:

Risultati sperimentali	Previsioni teoriche dell'elettromagnetismo classico	Accordo
(intensità di corrente i) $i \propto I$	$i \propto I$	Si
frequenza di soglia f_0	non dovrebbe esistere una frequenza di soglia	No
nessun ritardo di tempo per l'emissione di elettroni	Dovrebbe esistere un ritardo di tempo	No
$E_{cin,max} \propto f$	$E_{cin,max}$ non $\propto f$	No
$E_{cin,max} \neq E_{cin,max}(I)$	L'energia cinetica massima degli elettroni espulsi dipende dall'intensità	No

Incapacità della teoria classica di spiegare l'effetto fotoelettrico

Come si evince dalla tabella proposta, la teoria classica dell'elettromagnetismo, ha l'unico accordo connesso col fatto che l'intensità della corrente fotoelettrica è direttamente proporzionale alla intensità della luce incidente. Secondo la teoria classica non dovrebbe esistere una frequenza di soglia (dopo un tempo sufficientemente lungo, la radiazione e.m. dovrebbe fornire l'energia agli elettroni per essere espulsi).

Secondo la teoria classica, l'energia si distribuisce uniformemente in tutto il fronte d'onda elettrico. Quando l'onda investe l'elettrone sul catodo, l'elettrone dovrebbe riuscire ad assorbire soltanto la piccola frazione dell'energia dell'onda totale che investe l'elettrone. Pertanto dovrebbe intervenire un ritardo di tempo per permettere all'elettrone di assorbire tanta energia quanto basta affinché esso venga emesso. È un risultato sperimentale il fatto che l'emissione avviene immediatamente all'atto della illuminazione: l'emissione non avviene con un ritardo di tempo. Infine, la teoria e.m. classica prevede che una luce di intensità molto alta e di frequenza molto bassa determinerà una maggiore emissione rispetto a una luce di intensità molto bassa e di frequenza alta. Di nuovo la teoria non concorda con il risultato sperimentale. Perciò, la teoria e.m. classica non è in grado di spiegare l'effetto fotoelettrico.

Teoria dell'effetto fotoelettrico di Einstein

Nel 1905, lo stesso anno in cui pubblicò la sua teoria della relatività, Einstein propose anche una soluzione nuova e rivoluzionaria dell'effetto fotoelettrico, geniale nella sua semplicità ed elegante come la teoria relativistica. Usando il concetto di quantizzazione dell'energia proposto da Planck per risolvere il problema del corpo nero, Einstein ipotizzò che l'energia dell'onda e.m. non fosse distribuita uniformemente lungo il fronte d'onda, bensì fosse concentrata in granuli o quanti di energia secondo le idee di Planck.

Planck aveva ipotizzato che i radiatori atomici (gli oscillatori) fossero quantizzati, ma continuava a credere che l'energia si distribuisse uniformemente lungo l'onda mentre questa si propagava. Einstein, d'altra parte, ipotizzò che, mentre l'onda si propagava, l'energia non si sparpagliasse insieme al fronte d'onda, ma rimanesse associata al granulo o quanto di energia, che in seguito si chiamò fotone. Perciò al fotone veniva associata l'energia $E=h \cdot f$, dove f era la frequenza della radiazione fotonica. Einstein ipotizzò che questo fascio concentrato di energia raggianti colpisse un elettrone sulla superficie metallica e che l'elettrone assorbisse allora l'intero quanto di energia $E=h \cdot f$. Una parte di questa energia viene utilizzata dall'elettrone per separarsi dal solido ed il resto si manifesta sottoforma di energia cinetica dell'elettrone; cioè:

[energia incidente assorbita]-[energia per separarsi dal solido]=[energia cinetica massima dell'elettrone].

L'energia necessaria all'elettrone per separarsi dal solido è detta *lavoro di estrazione* del solido ed è denotata con W_0 .

L'equazione prima esposta si può matematicamente scrivere come: $E-W_0=E_{cin,max}$ da cui ovviamente: $E_{cin,max}=hf-W_0$ è nota come equazione di Einstein per l'effetto fotoelettrico.

Pertanto, secondo questo modello, per frequenze della luce minori od uguali a f_0 , l'onda incidente non ha un'energia sufficiente per asportare l'elettrone dal solido e quindi non si produce l'effetto fotoelettrico. Ciò spiega, semplicemente, perché esiste una frequenza di soglia al di sotto della quale non si produce l'effetto fotoelettrico.

Quando Einstein propose la propria teoria dell'effetto fotoelettrico, i dati quantitativi disponibili non erano sufficienti a suffragarla, misurazioni accurate dell'effetto fotoelettrico per diversi elementi furono eseguiti dal fisico americano Robert A. Millikan a partire dal 1914. Questi esperimenti confermavano la teoria di Einstein dell'effetto fotoelettrico.

La teoria di Einstein spiega l'assenza di un ritardo di tempo per l'emissione fotoelettrica, l'elettrone sulla superficie metallica, non appena viene colpito da un fotone, assorbe una quantità di energia sufficiente affinché venga emesso immediatamente. L'equazione di Einstein prevede correttamente anche il fatto che l'energia cinetica massima del fotoelettrone dipende dalla frequenza della luce incidente, essa prevede completamente i dati sperimentali.

La teoria di Einstein per l'effetto fotoelettrico aveva una grande importanza poiché era la prima applicazione dei concetti quantistici: si doveva considerare che la luce aveva non solo un carattere di onda, ma l'energia ad essa associata doveva essere quantizzata e non solo nel caso della radiazione del corpo nero, ma tutta l'energia e.m. era caratterizzata dai "quanti di energia" inoltre si affacciava l'idea del quanto come corpuscolo, la cui conferma sperimentale avverrà successivamente ad opera di A. Compton.

Per la sua spiegazione dell'effetto, Einstein ricevette il premio nobel per la fisica nel 1921.

Osservazione sui lavori di Planck ed Einstein circa il concetto di quanto di energia.

Con Planck si ha l'idea della quantizzazione dell'energia associata alla radiazione e.m., con il lavoro di Einstein si introduce il concetto di fotone o quanto di energia e si estende l'idea della quantizzazione a tutta la radiazione e.m. non solo al caso della radiazione dei corpi solidi incandescenti. L'effetto fotoelettrico rappresentava una conferma molto specifica dell'ipotesi di Planck, poiché esso è direttamente correlato al meccanismo dello scambio di energia tra radiazione ed elettrone e nessun altro effetto fisico viene ad essere coinvolto. L'effetto fotoelettrico e la teoria di Planck del corpo nero mostrano che lo scambio di energia tra fotoni e la materia è quantizzato, ma la natura particellare del fotone, a questo stadio di sviluppo storico, poteva solo essere ipotizzata, essa viene mostrata sperimentalmente con il lavoro di Compton sulla diffusione dei raggi X da parte della materia nel 1923, nel suo studio, Compton, usò fotoni X di energia molto maggiore dell'energia di legame degli elettroni metallici che erano "bombardati" sotto tali ipotesi considerò gli elettroni nel metallo come particelle libere, egli trovò che la frequenza dei raggi diffusi varia con l'angolo di diffusione (angoli di scattering) secondo una legge caratteristica che non poteva essere in alcun modo spiegata nel quadro della concezione classica secondo la quale la radiazione e.m. è costituita dalla vibrazione di un campo elettrico e magnetico.

L'effetto Compton: la quantità di moto del fotone.

Poiché sia la luce che i raggi X sono onde elettromagnetiche, il concetto di fotone dovrebbe applicarsi bene anche ai raggi X. Il primo a verificare direttamente l'esistenza dei fotoni nei raggi X fu Arthur Compton nel 1923.

Egli notò che quando un fascio *monocromatico* di raggi X, cioè costituito da radiazioni di un'unica lunghezza d'onda, colpiva un blocco di grafite, dal blocco si diffondevano due tipi di raggi: un tipo aveva la stessa lunghezza d'onda della radiazione incidente, mentre l'altro aveva una lunghezza d'onda maggiore. Compton spiegò l'esistenza dei raggi diffusi con la stessa lunghezza d'onda del raggio incidente nel modo seguente: il campo elettrico oscillante del raggio incidente fa oscillare le cariche degli atomi con la stessa frequenza dell'onda; queste cariche oscillanti si comportano come antenne, emettendo onde della stessa lunghezza d'onda e frequenza. Questo tipo di diffusione è anche detta diffusione coerente, in sostanza questi raggi X sono onde irradiate dalle cariche atomiche oscillanti.

L'altro tipo di raggi X diffusi ha invece lunghezze d'onda leggermente superiori, il cui valore dipende, in modo preciso e relativamente semplice dall'angolo θ di diffusione. Ma il punto importante è che usando il modello ondulatorio dei raggi X non era possibile spiegare questa dipendenza della frequenza della radiazione diffusa dall'angolo.

Il problema viene elegantemente risolto da Compton ipotizzando che l'interazione fondamentale che determinava la diffusione dei raggi X fosse costituita dalle collisioni elastiche tra i fotoni dei raggi X e gli elettroni della grafite, collisioni nelle quali si conservava l'energia cinetica e la quantità di moto del sistema elettrone fotone.

Poiché l'energia di legame dell'elettrone nella grafite è trascurabile rispetto all'energia di un fotone di un raggio X, l'elettrone quando è colpito da un fotone, si comporta, in sostanza, come una particella libera.

Per analizzare la collisione elettrone - fotone, dobbiamo trovare un modo di esprimere la quantità di moto del fotone, questo è un punto importante dello sviluppo del concetto di quanto di energia! Abbiamo già due informazioni importanti inerenti i fotoni: poiché rappresentano la luce, la loro velocità deve essere c e le loro energie dipendono dalle loro lunghezze d'onda, $E=h\cdot c/\lambda=h\cdot f$ essendo $c=f\cdot\lambda$.

Siamo tentati di ricordare la definizione classica di quantità di moto, mv , e quindi scrivere per il fotone $p=m\cdot c$, ma non abbiamo un valore per la massa del fotone. In realtà, possiamo giustificare che la massa del fotone (la massa a riposo m_0) deve essere zero, partendo da semplici concetti di relatività ristretta. Difatti dal momento che il fotone si muove nel vuoto alla velocità c , abbiamo:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{m_0}{0} \text{ se } v=c, \text{ e se il fotone avesse } m_0 \text{ diversa da zero il fotone avrebbe massa}$$

infinita. Ora essendo $E=m\cdot c^2$, una massa infinita comporta una energia infinita e ciò è evidentemente impossibile. Pertanto dobbiamo concludere che $m_0=0$, e se questo sembra strano,

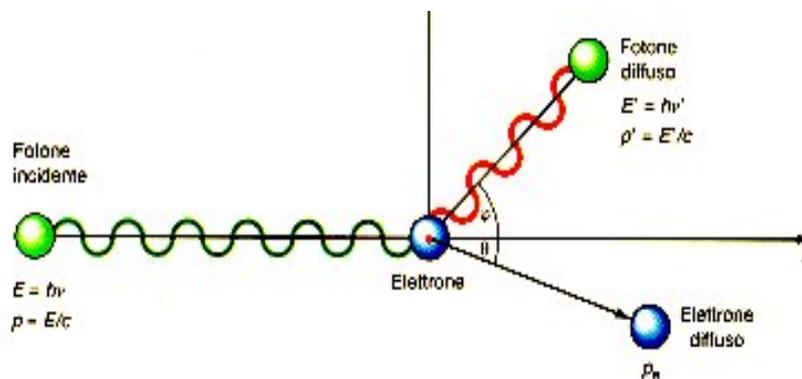
ricordiamo che un fotone non è mai in quiete: è emesso ed assorbito alla velocità della luce, un fotone che si sposta nel vuoto ma sempre una velocità mai inferiore a quella della luce. Pertanto la sola massa che ha questa particella è dovuta alla sua energia cinetica, così:

$$E_{\text{fotone}} = m \cdot c^2 = h \cdot c / \lambda.$$

Da ciò possiamo ricavare una espressione per la quantità di moto del fotone, data da mc:

$$\text{quantità di moto del fotone} = p = mc = \frac{mc^2}{c} = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Nella dispersione di Compton, il fotone dei raggi X, quando colpisce un elettrone, gli cede una parte della sua energia e della sua quantità di moto. Dal momento che entrambe queste due grandezze dipendono dalla lunghezza d'onda, il fotone del raggio X disperso deve avere una lunghezza d'onda diversa da quella del fotone del raggio X incidente.



Applicando i principi di conservazione dell'energia cinetica e della quantità di moto e utilizzando per il fotone $E = h \cdot c / \lambda$ e $p = h / \lambda$, Compton ricavò la variazione di lunghezza d'onda tra il raggio incidente e il raggio diffuso:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos\theta)$$

dove m_e è la massa a riposo dell'elettrone e θ è l'angolo che il raggio X diffuso forma con il raggio X incidente. Osservando la formula precedente, si vede che la variazione di lunghezza d'onda dipende solamente dall'angolo con cui viene diffuso il raggio X.

La grandezza $h/m_e \cdot c$ è una costante con le dimensioni fisiche di una lunghezza, è nota come lunghezza d'onda di Compton dell'elettrone, il suo valore è $2.34 \cdot 10^{-12} \text{m}$.

L'equazione ricavata da Compton si è mostrata in completo accordo con i dati sperimentali. Questo risultato fu un'altra sorprendente conferma delle proprietà corpuscolari delle onde e.m. quando queste interagiscono con la materia.

Riassumiamo, in conclusione, le proprietà del fotone:

massa di quiete	$m_0 = 0$
energia	$E = h \cdot f$
massa	$m = E/c^2 = h \cdot f/c^2$
Quantità di moto	$P = E/c = h \cdot f/c = h/\lambda$

Nota sulla derivazione teorica della formula dell'effetto Compton

Dalla relazione relativistica della massa $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ si può ricavare una espressione per la

quantità di moto delle particelle: $m^2 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2$ e moltiplicando m.a.m. per il quadrato della

velocità segue $m^2 \cdot c^4 - m^2 \cdot v^2 \cdot c^2 = m_0^2 \cdot c^4$ ricordando che $E = m \cdot c^2$ ed $E_0 = m_0 \cdot c^2$ segue:

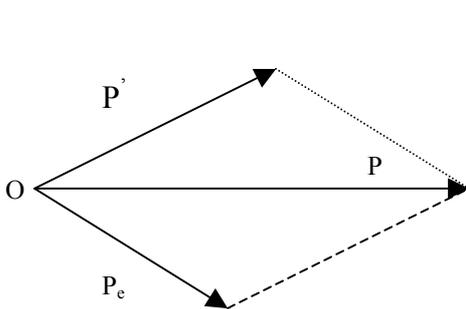
$E^2 = E_0^2 + p^2 \cdot c^2$, dividendo quindi m.a.m. per c^2 si ha:

$$\frac{E^2}{c^2} = \frac{E_0^2}{c^2} + p^2 \quad (1)$$

la precedente nel caso di un elettrone diventa $\boxed{\frac{E_e^2}{c^2} = \frac{E_0^2}{c^2} + p_e^2} \quad (1')$

Prima di procedere oltre si osservi che nel caso dei fotoni $m_0 = 0$ pertanto $E_0 = 0$ ed allora dalla (1) segue $p^2 = E^2/c^2$ da cui $p = E/c$ dove $E = h \cdot f$ per la relazione di Planck.

Per il teorema di conservazione dell'impulso applicato al diagramma vettoriale degli impulsi (p fotone incidente, p' fotone diffuso e p_e elettrone diffuso, si ha:



$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e$ da ciò applicando il teorema di Carnet al triangolo vettoriale degli impulsi segue:

$$p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2p \cdot p' \cos \vartheta \quad (2)$$

Peraltro dal teorema di conservazione

dell'energia: $E + E_0 = E' + E_e$, dove E è l'energia del fotone incidente, E_0 l'energia a riposo dell'elettrone, E' l'energia del fotone diffuso, E_e l'energia dell'elettrone dopo l'urto col fotone.

Segue pertanto che: $h \cdot f + m_0 c^2 = h \cdot f' + E_e$ dividendo

$$\text{m.a.m. per } c \text{ si ha: } p + m_0 c = p' + \frac{E_e}{c}$$

ovvero $p - p' + m_0 c = \frac{E_e}{c}$ e dalla (1') si ha $p - p' + m_0 c = \sqrt{\frac{E_0^2}{c^2} + p_e^2}$ quadrando, segue:

$$(p - p')^2 + m_0^2 \cdot c^2 + 2 \cdot (p - p') \cdot m_0 \cdot c = \frac{E_0^2}{c^2} + p_e^2 \text{ da cui: } (p - p')^2 + 2 \cdot (p - p') \cdot m_0 \cdot c = p_e^2 \quad (3)$$

uguagliando la (2) con la (3) segue: $p^2 + p'^2 - 2p \cdot p' \cos \vartheta = (p - p')^2 + 2 \cdot (p - p') \cdot m_0 \cdot c$ sviluppando il quadrato

$$p^2 + p'^2 - 2p \cdot p' \cos \vartheta = p^2 + p'^2 - 2pp' + 2 \cdot (p - p') \cdot m_0 \cdot c \text{ semplificando}$$

$$pp'(1 - \cos \vartheta) = pp' \left(\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} \right) m_0 c \text{ da cui } (1 - \cos \vartheta) = (\lambda' - \lambda) \frac{m_0 c}{h} \text{ ed infine:}$$

$$\boxed{\Delta \lambda = \frac{h}{m_0 \cdot c} (1 - \cos \vartheta)}$$

Osservazioni didattiche sulla proposta

Prerequisiti

- aspetti fenomenologici dell'effetto fotoelettrico;
- elementi di relatività ristretta;
- nuclei fondanti dell'elettromagnetismo, proprietà ondulatorie delle radiazioni e.m.;
- concetti elementari inerenti la struttura della materia.

Finalità

L'utilizzazione della storia come strumento didattico ha un valore che risponde a varie finalità, tra cui ricordiamo:

- trasmissione di informazioni sullo sviluppo storico della conoscenza e sui rapporti tra scienza - tecnologia e società;
- migliore comprensione di concetti non facili da trattare sul piano prettamente teorico e contenutistico;
- comprendere l'uso non ambiguo dei nuclei fondanti degli argomenti trattati;
- a seconda del grado di elaborazione e di astrazione dei modelli e delle teorie affrontate, una conoscenza approfondita della fisica contemporanea;
- analisi di quegli esperimenti che nella storia della fisica e della scienza più in generale, hanno avuto rilievo nel proporre nuove idee, nel contribuire all'affermarsi di nuove teorie, o di nuove procedure sperimentali, nuovi paradgmi;
- valutazione più corretta del rapporto tra base empirica e teoria, tra dimensione euristica ed operativa;
- maggiore integrazione tra area umanistica e scientifica, con valore transdisciplinare;
- acquisire la consapevolezza che la possibilità di indagare l'universo è legata al progresso tecnologico e scientifico.

Obiettivi Didattici

- cognitivi

- conoscenza delle idee e dei progressi che hanno portato ad un profondo mutamento nella visione del mondo fisico a partire dagli inizi del '900;
- comprensione dell'ipotesi di Planck e sua portata culturale;
- comprensione delle problematiche inerenti l'interpretazione dell'effetto fotoelettrico da un punto di vista dell'elettromagnetismo classico;
- comprensione della interpretazione proposta da Einstein per descrivere le leggi dell'effetto fotoelettrico;
- conoscenza dell'effetto Compton
- comprensione delle implicazioni della teoria della diffusione Compton
- avere una visione globale ed unitaria dello sviluppo del concetto di quanto di energia

- operativi

- saper collocare storicamente alcuni eventi notevoli per lo sviluppo delle conoscenze scientifiche del '900
- saper descrivere gli apparati sperimentali negli aspetti essenziali
- saper interpretare grafici e tabelle
- saper operare con formule applicandole e manipolandole algebricamente
- saper risolvere esercizi e problemi o semplici applicazioni dei concetti acquisiti.

Contenuti

Profilo storico dello stato delle conoscenze fisiche agli inizi del novecento;

l'ipotesi di Planck;

l'effetto fotoelettrico (recupero delle nozioni fenomenologiche di base);

problematiche della fisica classica inerenti l'interpretazione dell'effetto fotoelettrico;

interpretazione di Einstein;

L'effetto Compton

Derivazione teorica della equazione di diffusione dell'effetto Compton.

Conclusioni sul percorso storico e sul concetto di fotone, proprietà del fotone cenni alla collocazione del fotone nel modello standard

Metodologia e strumenti

La classe destinataria della proposta didattica può essere una quinta classe dello scientifico, sperimentazione brocca, o di un liceo classico o linguistico adattando il livello di approfondimento con cui si vogliono trattare gli argomenti.

Tale proposta si colloca alla fine di una trattazione sull'elettromagnetismo, i cui nuclei fondanti devono essere padroneggiati come prerequisito propedeutico per una trattazione di fisica moderna. Per quanto concerne la relatività ristretta, essa entra particolarmente in gioco nella trattazione dell'effetto Compton, se non si è già trattato in un modulo precedente questo argomento dovrebbe essere affrontato nei lineamenti essenziali soprattutto se si vuole proporre la discussione teorica dell'effetto Compton e ricavarne l'equazione.

Inoltre questa proposta prevede, tra i prerequisiti di aver trattato l'aspetto fenomenologico dell'effetto fotoelettrico in un modulo precedente sulla conduzione della corrente elettrica nei gas e nel vuoto (ad esempio le celle fotoelettriche, i dispositivi a stato solido fotosensibili etc.).

Quindi si riprende il tema dell'effetto fotoelettrico in un una sorta di discorso a spirale per "approfondimenti successivi".

Il discorso viene completato ed affrontato nella sua vasta portata storica e concettuale, viene fornita una giustificazione teorica delle leggi che prima erano state introdotte nella descrizione fenomenologica dell'effetto fotoelettronico.

Questa metodologia ha notevoli risultati positivi da un punto di vista didattico, consente di semplificare un argomento complicato, trattandolo in tempi e circostanze didattiche diverse, si favorisce al contempo la memorizzazione dei concetti, i processi di analisi e di sintesi vengono stimolati, inoltre si ha che uno stesso concetto è visto in ambiti diversi e con diversi gradi di approfondimento, con ciò si favorisce e stimola la riflessione nel discente che è portato a collegare, recuperare e risistemare le conoscenze via via acquisite secondo un modello dinamico aperto e flessibile.

Successivamente si descrive l'effetto Compton, da un punto di vista fenomenologico, e negli aspetti essenziali si descrive la problematica connessa con l'interpretazione dei dati sperimentali da un punto di vista classico, e la soluzione proposta da Compton, in questo contesto si fa mente locale all'importanza di tale lavoro che sotto un profilo storico rappresenta la prima prova sperimentale della natura particellare del quanto di energia o fotone. Successivamente a seconda del taglio e del grado di approfondimento che si vuol dare alla trattazione si può anche proporre la giustificazione teorica della formula di diffusione di Compton, ricavandola in modo puntuale in una lezione dialogata insieme ai discenti in modo da far rilevare di volta in volta le approssimazioni introdotte e le

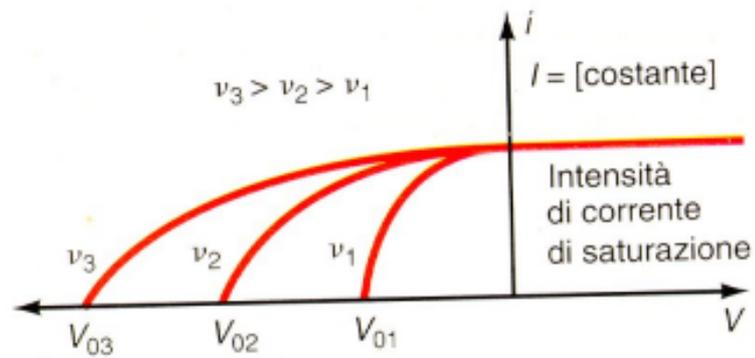
connessioni con altre nozioni acquisite dagli allievi nel corso dei loro precedenti studi e che concorrono nel modello adottato da Compton, a pervenire al risultato finale.

Quindi si possono effettuare considerazioni e commenti, inoltre si propone un discorso conclusivo sul percorso storico seguito e sul concetto di fotone, analizzando le proprietà del fotone e accennando alla collocazione del fotone nel modello standard. Infine, si propone una verifica sommattiva a conclusione del percorso proposto.

Schema dello svolgimento dei contenuti della proposta didattica e dei tempi di attuazione



N. Lez.	Tempi	Contenuti	Metodi didattici	Strumenti di cui ci si avvale
1	60'	Discussione ed introduzione alla fisica quantistica, fisica classica, prima teoria dei quanti, cenni su successivi sviluppi della meccanica quantistica	Discussione partecipata Lezione frontale	Libri Fotocopie Supporti multimediali
2	40' 50' 30'	L'ipotesi di Planck Scheda stimolo sugli aspetti fenomenologici dell'effetto fotoelettrico (recupero e ritenzione dei fatti fondamentali da un punto di vista sperimentale) Anali dei lavori	Lezione frontale Esercitazione Discussione partecipata	Libro Fotocopie Lavagna
3	60'	L'etto fotoelettrico, problematiche connesse con la fisica classica L'ipotesi di Einstein	Lezione frontale Discussione partecipata Esercitazione	Lavagna Libro Fotocopie Supporto multimediale
4	60'	Verifica formativa sugli argomenti svolti	Test a risposta multipla .e/o Test a risposta breve	Fotocopie
5	20' 40'	Revisione della verifica formativa Introduzione all'effetto Compton	Discussione partecipata Lezione frontale Esercitazione	Lavagna Fotocopie Supporto multimediale
6	60'	L'effetto Compton Discussione sul concetto di fotone da Planck a Compton	Lezione frontale Esercitazione Discussione	Lavagna Fotocopie Supporto multimediale
7	60'	Verifica orale	Discussione partecipata	Lavagna
8	60'	Derivazione teorica della formula dell'effetto Compton	Discussione partecipata Lezione frontale	Lavagna Fotocopie
9	60'	Conclusioni sul percorso storico e sul concetto di fotone, proprietà del fotone cenni alla collocazione del fotone nel modello standard	Lezione frontale Lezione dialogata Esercitazione	Lavagna Fotocopie Supporto multimediale
10	60'	Verifica sommativa	Esercitazione	Fotocopie



Descrivi brevemente l'andamento della intensità di corrente i in funzione della tensione V per differenti frequenze della luce, metti in evidenza il comportamento del potenziale di arresto al variare della frequenza.
Max 15/20 rughe.

Test. Lez 4

Quesiti a risposta sintetica (valutazione formativa in itinere)

Descrittori della griglia di valutazione

Descrittori	Punti
Conoscenza e completezza dei contenuti	0-4
Sequenza logica della presentazione	0-3
Padronanza linguistica specifica e linearità	0-3
Originalità ed autonomia	0-2

1. Indica brevemente quali erano le principali difficoltà della fisica classica nell'interpretazione dell'effetto fotoelettrico (max 15 righe).

2. Descrivi l'idea portante dell'interpretazione di Einstein dell'effetto fotoelettrico e come alla in base a questo modello è possibile giustifica l'esistenza di una frequenza di soglia (max 20 righe).

3. Descrivi brevemente in cosa consisteva l'aspetto innovativo dell'ipotesi di Planck sulla radiazione elettromagnetica dei corpi incandescenti (max 10 righe).

4. Indica la relazione tra la energia degli elettroni emessi per effetto fotoelettrico e la frequenza della luce incidente, chiarisci se l'intensità della radiazione incidente influenza l'energia degli elettroni emessi (a parità di frequenza) (max 20 righe).

5. Spiega brevemente se usando la relazione dell'effetto fotoelettrico di Einstein si può misurare il lavoro di estrazione di un metallo (max 10 righe).

Proposta di una griglia di valutazione per il colloquio orale

Descrittori		Punti
Conoscenza degli argomenti	Completa ed approfondita	4.0
	Completa con qualche imprecisione	3.4
	Corretta ed essenziale	2.9
	Superficiale e frammentaria	0.7
	Scarsa e confusa	0.3
Competenza linguistica	Esposizione fluida ed approfondita	2.9
	Esposizione scorrevole e corretta	2.3
	Esposizione non sempre chiara e corretta	1.7
	Esposizione confusa e scorretta	0.9
Capacità di analisi e di sintesi	Sa effettuare analisi e sintesi coerenti ed autonome	1.7
	Sa effettuare analisi e sintesi, anche se talvolta parziali ed imprecise	1.1
	Non sa effettuare analisi e sintesi corrette	0.6
Competenza rielaborare dati	Ha competenze rielaborative spiccate e creative	1.4
	Sa organizzare dati ed informazioni in modo semplice	0.9
	Sa organizzare dati ed informazioni con difficoltà	0.3
	<i>Totale</i>	10

La somma dei punti cumulati per ciascun descrittore dà il totale in decimi

Fasce di livelli

0-3 gravemente insufficiente

4 insufficiente

5 mediocre

6 sufficiente

7 discreto

8 buono

9-10 ottimo

Verifica sommativa (finale)

Esercizi

Descrittori della griglia di valutazione

<i>Descrittori</i>	<i>Punti</i>
Interpretazione dei dati	0-1
Individuazione e conoscenza delle formule necessarie alla risoluzione dei quesiti	0-2
Grado di sviluppo e creatività	0-2
Correttezza impostazione	0-1
Correttezza nei calcoli e linearità del procedimento	0-2
Originalità ed autonomia	0-2
<i>Totale</i>	<i>10</i>

Fasce di livelli

0-3 gravemente insufficiente

4 insufficiente

5 mediocre

6 sufficiente

7 discreto

8 buono

9-10 ottimo

Verifica finale

1) Effetto fotoelettrico

Un fascio di luce gialla di lunghezza d'onda 577.0 nm incide su una superficie di cesio. Si trova che nel circuito non fluisce alcun elettrone quando la tensione tra anodo e catodo scende al di sotto di 0.250 V. si determini la frequenza del fotone incidente, l'energia iniziale del fotone, l'energia cinetica massima del fotoelettrone, il lavoro di estrazione del cesio, la frequenza di soglia.

2) Proprietà del fotone

Si trovi la quantità di moto di un fotone nella regione visibile dello spettro per $\lambda=380,0$ nm e $\lambda= 720.0$ nm

3) Effetto Compton

Un raggio X di 100 Kev subisce la diffusione Compton di un angolo di 90° , calcolare l'energia del raggio X dopo la diffusione.

4) Effetto Compton

Un pennello di raggi X di lunghezza d'onda 0.1 \AA attraversa un sottile strato metallico, calcolare:

- l'energia dei fotoni incidenti in Mev;
- l'energia espressa in Mev dei fotoni diffusi sotto un angolo di 60° ;
- l'energia di diffusione dell'elettrone.

5) Un fotone con energia di 45 Kev subisce una diffusione Compton e viene emesso sotto un angolo di 90° . Calcolare la sua lunghezza d'onda e la sua energia dopo la diffusione. Calcolare l'energia del fotone diffuso.